Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

ФІЗИКА ТА МАТЕМАТИКА

Г. М. САВІН

член-кор. Академії наук УРСР, професор, доктор фізико-математичних наук

ЗМІШАНА ЗАДАЧА ДЛЯ АНІЗОТРОПНОЇ ПІВПЛОЩИНИ

Кафедра теоретичної механіки

Треба знайти напружений стан в анізотропній півплощині, якщо на границі цієї анізотропної півплощини на участках $(A_k\ B_k)\ k=1,2,\ldots x$ прикладені зовнішні зусилля $N_k(x)$, $T_k(x)$, де $N_k(x)$ — нормальні напруження, $T_k(x)$ — дотичні напруження як ф-ції x. На участках $(C_l\ ,\ D_l)\ l=1,\times 2,\ldots m$ задані вертикальні переміщення, головний вектор і головний момент напружень, що викликають задані вертикальні переміщення. Невідомий закон, по якому нормальні напруження Р(x) розподілені по участку $(C_l\ ,\ D_l)\ l=1,2\ldots m$.

Участки $(A_k\ ,\ b_k)\ (k=1,\ 2,\ 3,\ldots n)$ i $(C_l\ ,d_l)$ не перекривають один одного.

При визначенні нормальних напружень $P(x)$, що викликають задані вертикальні переміщення на участках $(C_l\ ,\ D_l)$, головний вектор і головний момент яких відомі, задача зводиться до інтегрального рівняння першого роду.

Визначивши з цього інтегрального рівняння невідомий тиск Р(x) на участках $(C_l\ ,\ D_l)\ l=1,2,\ldots m$, задача повністю розв'язується при застосуванні методу, розвинутого автором в попередніх роботах (ДАН УРСР, № 7, 1940 і Сообщ. Груз. АН, № 10, 1940).

В кінці приведені технічні задачі, що зводяться до цієї проблеми, й повністю розв'язані деякі випадки.

Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

М. П. ШЕРЕМЕТЬЄВ

доцент, кандидат фізико-математичних наук

ЧИСТИЙ ЗГИН ПОЛОСИ (БАЛКИ) ОСЛАБЛЕНОЇ ЕЛІПТИЧНИМ ОТВОРОМ З ВПАЯНИМ В ЦЕЙ ОТВІР ЕЛІПТИЧНИМ КІЛЬЦЕМ

Кафедра теоретичної механіки

В роботі дано наближене рішення задачі про згин полоси (балки) з еліптичним отвором з впаяним в цей отвір пружним ізотропним еліптичним кільцем, пружні сталі якого відмінні від пружних сталих полоси.

При рішенні передбачається, що розміри отвору малі порівнюючи з шириною балки і задача розв'язується так, як коли б еліптичне кільце було впаяне в еліптичний отвір необмеженої пластинки, при цьому дбаючи про те, щоб на більших віддалях від кільця напружений стан прагнув би до напруженого стану полоси, яка вигинається моментом M (чистий згин).

В цій роботі також розв'язані задачі, коли в еліптичний отвір полоси впаяна еліптична шайба.

В цих двох випадках виведені вирази, які дозволяють визначити коефіцієнти функцій, що характеризують напружений стан поставленої задачі.

Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

І. Г. СОКОЛОВ

доцент, кандидат фізико-математичних наук

ПРО ПРИБЛИЖЕННЯ ДЕЯКИХ КЛАСІВ ФУНКЦІЙ ПОЛІНОМАМИ БЕРНШТЕЙНА

Кафедра математичного аналізу

Нехай $\mathfrak{M}$ дано клас функцій, визначених на відрізку $(0;1)$. Для кожної функції $f(x)$ цього класу будується її поліном Бернштейна

$$\mathcal{B}_n\ [f;x] = \sum_{k=0}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)\binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k},$$

та ставиться завдання про определіння точної верхньої грані:

$$E_n\ [\mathfrak{M};\ x] = \sup_{f(x)\,\epsilon\,\mathfrak{M}} |f(x) - B_n\ (f;x)|$$

абсолютних величин ухилення функцій $f(x)$ від їх поліномів Бернштейна. Шукається точний вираз $E_n\ [\mathfrak{M};\ x]$ і асимптотичне значення при $n \to \infty$.

Розглядаються слідуючі класи:

1. Клас W_ω неперервних функцій, модуль неперервності яких не перевищує заданої функції $\omega\ (\delta)$, де $\omega\ (\delta)$ є неперервна, яка не спадає, випукла догори функція, визначена для $\delta > 0$ і яка відповідає умові $\omega\ (0) = 0$.

Знаходиться точний і асимптотичний вираз $E_n\ [W_\omega;\ x]$.

2. Клас $KW_0^{(r)}$ функцій, які мають $r-1$ перші похідні, що перетворюються в нуль разом з самою функцією в деякій точці проміжку $(0;1)$, причому $f^{(r-1)}(t)$ абсолютно неперервна і її похідна $f^{(r)}(t)$ в тих точках, де вона існує, відповідає умові: $|f^{(r)}(t)| \leqslant K$.

Знаходиться асимптотичний вираз $E_n\ [KW_0^{(r)}]$.

Результат узагальнюється на випадок дробового r.

Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

М. О. ЗАРИЦЬКИЙ

професор

I. ПОБУДОВА БІОРТОГОНАЛЬНИХ РЯДІВ

Кафедра загальної математики

Нехай $a_{i,k}$ будуть дійсні числа, а Ai,k детермінанти:

$$A_{\kappa,i} = (-1)^{i+\kappa} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1,\,i-1} \\ a_{\kappa-1,1} & a_{\kappa-1,\,i-1} \\ a_{\kappa+1,1} & a_{\kappa+1,\,i-1} \\ a_{i,1} & a_{i,\,i-1} \end{vmatrix}, \text{ якщо } k < i,$$

$$A_{\kappa,i} = (-1)^{i+\kappa} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1,\,i-1}, & a_{1,\,i+1} \ldots\ldots a_{1,\,\kappa} \\ a_{\kappa-1,1} & a_{\kappa-1,\,i-1} & a_{\kappa-1,\,i+1} \ldots a_{\kappa-1,\,\kappa} \end{vmatrix}, \text{ якщо } k > i$$

$$A_{ii} = \begin{vmatrix} a_{11} \;\ldots\ldots\; a_{1,\,i-1} \\ a_{i-1,1} \ldots\ldots\; a_{i-1,\,i-1} \end{vmatrix}.$$

Нехай функції дійсного аргументу $x_\kappa(t)$ і $y_i(t)$ задовольняють такі умови: 1) існують відмінні від нуля інтеграли $a_{\kappa,i} = \int_a^b x_\kappa(t)\, y_i(t)\, dt$, 2) $x_\kappa(t)$, а також $y_i(t)$ є лінійно незалежні, 3) жодна функція $x_\kappa(t)$ не є лінійною комбінацією функцій $y_i(t)$, а жодна функція $y_i(t)$ не є лінійною комбінацією функцій $x_\kappa(t)$.

Тоді, для функцій: $U_m(t) = \dfrac{1}{\sqrt{A_{m,m}\, A_{m+1,\,m+1}}} \sum_{\kappa=1}^{m} A_{\kappa,m} X_\kappa(t)$

i $V_n(t) = \frac{1}{\sqrt{A_{n,n} A_{n+1,n+1}}} \sum_{i=1}^{n} A_{n,i}\, y_i(t)$, маємо:

$$\int_a^b U_k(t) \cdot V_i(t)\, dt = \begin{cases} 1 & \text{для } k = i, \\ 0 & \text{„} \quad k \neq i. \end{cases}$$

II. ДЕЯКІ ЕКВІВАЛЕНТНІ ОЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ НЕЩІЛЬНОЇ МНОЖИНИ

Позначімо буквою A довільну підмножину простору C, знаком A^{d^n}, для довільного натурального n, n-ту похідну множини A, а знаком A^c доповнення множини A до простору C.

Нехай в просторі C похідна A^d задовольняє умови: I. З $A \subset B$ випливає $A^d \subset B^d$, II. $(A+B)^d \subset A^d + B^d$, III. $C^d = C$, IV. $A^{dd} \subset A^d$.

Можна довести, що в такому топологічному просторі є еквівалентні такі умови:

1) $A^{dcd} = C$, 2) $A^{dcdcd} = 0$, 3) $A \subset A^{dcd}$, 4) $A \subset A^{dcdcdc}$, 5) $A^{dcdcd} \subset A^{dcd}$, 6) $A^{d^n} \subset A^{dcd}$ (для будь-якого, довільно вибраного, натурального числа n).

Кожна з цих формул є достатньою і необхідною умовою для того, щоб в просторі C множина A була нещільною множиною (ensemble non dense).

Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

А. С. КОВАНЬКО
професор, доктор фізико-математичних наук

ДО ПИТАННЯ ПРО ПОВНОТУ ДЕЯКИХ ПРОСТОРІВ

Кафедра теорії функцій

Розглядається простір функцій f(x), визначених на $(-\infty < x + \infty)$, тобто таких, що $[f(x)]^p$ підсумовується.

Розглянемо простір з метрикою

$$Dwp\,(f;\psi) = \lim_{T\to\infty} \left[\operatorname{Sup}_{(-\infty < a < +\infty)} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{a-T}^{a+T} |f-\psi|^p\, dt \right\}^{\frac{1}{p}}\right] \text{ (Г. Вейля).}$$

З допомогою теорії узагальнених майже періодичних функцій А. Безіковича вдається показати, що простір з вказаною метрикою неповний, а саме: послідовність

$$f_m(x) = \sum_{n=0}^{n=m} \frac{1}{2n+1} \operatorname{Sin} \frac{x}{2n+1} \quad (m = 1,\ 2,\ 3...)$$

виявляється фундаментальною, але яка не сходиться ні до якої функції в просторі з указаною вище метрикою (для $p=1$).

Ставиться також питання про існування теореми Фішера-Риса в просторі з метрикою Dw_p для майже періодичних функцій В. Степанова та Г. Вейля. Приходимо до теореми:

Якщо дана безконечна послідовність комплексних чисел A_n ($n = 1, 2...$) і відповідних дійсних λ_n ($n=1, 2...$) таких, що ряд $\sum_1^\infty |A_n|^2$, який сходиться в подвійний ряд $\sum_{(n=m)} \frac{|An| \cdot |Am|}{|\lambda n - \lambda m|}$, який також сходиться, тоді існує така майже періодична функція f(x) Вейля, що послідовність $\sum_1^n A_k\, e(\lambda_k x)$ сходиться до f (x) в значенні вищевказаної метрики Вейля та крім того

$$Dw_2\ (f;0) = \sqrt{\sum_1^\infty |A_n|^2}.$$

Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

Я. Б. ЛОПАТИНСЬКИЙ

професор, доктор фізико-математичних наук

ПРО ДЕЯКІ ПЕРЕТВОРЕННЯ СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Кафедра вищої алгебри

Автором розглянуті лінійні (з диференціально операторними коефіцієнтами) перетворення невідомих в системі лінійних диференціальних рівнянь (в області аналітичних функцій). Вказані умови зведення системи до діагональної форми, умови існування безінтегральної форми загального рішення однорідної системи.

Повідомлені також методи (які вимагають лише кінцеве число алгебричних дій і диференціювань) зведення системи до еквівалентної (в розумінні Е. Нетер) системи з одним невідомим і зведення системи, що вміщує лише r операторно-незалежних рівнянь до системи не більш ніж r + 1 рівнянь (зокрема системи з одним невідомим до системи не більш ніж двох рівнянь).

Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

Г. Л. БУЙМОЛА

доцент, кандидат фізико-математичних наук

КОЕФІЦІЄНТ ТОЧНОСТІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОБУДОВ

Кафедра геометрії

1. Оскільки геометрографія, як наука про точність геометричних побудов, маючи в своєму розпорядженні велику кількість фактичного матеріалу, охоплює більш широкий клас питань, ніж поставлено було перед нею за Лемуана, уточнення основних понять її має істотне значення, тим більше, що ці поняття й зараз не чітко розрізняються в практиці.

2. З використанням в рисуванні, крім циркуля та лінійки, інших приладь та введенням символів P_1, W_1, ξ_1, n, що позначають відповідно деякі характерні операції цими приладдями, Лемуанів символ побудов набуває вигляду:

$$OP\ (n_1 R_1 + n_2 R_2 + n_3 C_1 + n_4 C_2 + n_5 C_3 + n_6 P_1 + n_7 W_1 + n_8 \xi_1 + n_9 \eta)$$

3. Автор в додаток і розвиток попередніх методів визначення точності графічних побудов вводить поняття коефіцієнта точності таким способом:

а) Розрізняється два типи помилок в побудові — лінійна помилка, або «відхилення» і площа помилок.

б) Вводяться поняття одиничної та граничної, або найбільшої, помилки побудови.

Одиничною помилкою першого типу називається відхилення, рівне діаметру «плями» (точки) і ширині проведеної «смужки» (лінії), тобто рівне $2\omega_2 + 2\omega_1 = 2\omega_0 = t_1$.

Одиничною помилкою другого типу, або «одиничною площею помилок», називається «площа помилок», рівна $4\omega^2_0 = t_2$.

Ця площа утворюється перетином двох прямих під прямим кутом. Граничною лінійною помилкою (Т) називається найбільше відхилення, що виникає внаслідок остаточної побудови, де шуканим елементом є пряма.

Граничною помилкою побудови точки, або «граничною площею помилок», називається найбільша «площа помилок» (T_2), що виникає внаслідок побудови точки.

в) Точність кожної виконаної побудови можна визначити відношенням $K_\alpha = \frac{t}{T}$, де K_α називається коефіцієнтом точності даної побудови.

Коефіцієнт точності побудови, у якого шуканим елементом є точка, — $K_2 = \frac{t_2}{T_2}$; у якого шуканим елементом є пряма, — $K_1 = \frac{t_1}{T_1}$.

Відшукується коефіцієнт точності кожної елементарної операції циркулем і лінійкою. Наведені приклади визначення коефіцієнта точності складніших побудов.