Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск перший 1947

М. О. ЗАРИЦЬКИЙ

професор

I. ПОБУДОВА БІОРТОГОНАЛЬНИХ РЯДІВ

Кафедра загальної математики

Нехай $a_{i,k}$ будуть дійсні числа, а Ai,k детермінанти:

$$A_{\kappa,i} = (-1)^{i+\kappa} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1,i-1} \\ a_{\kappa-1,1} & a_{\kappa-1,i-1} \\ a_{\kappa+1,1} & a_{\kappa+1,i-1} \\ a_{i,1} & a_{i,i-1} \end{vmatrix}, \text{ якщо } k<i,$$

$$A_{\kappa,i} = (-1)^{i+\kappa} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1,i-1}, & a_{1,i+1} \ldots\ldots a_{1,\kappa} \\ a_{\kappa-1,1} & a_{\kappa-1,i-1} & a_{\kappa-1,i+1} \ldots a_{\kappa-1,\kappa} \end{vmatrix}, \text{ якщо } k>i$$

$$A_{ii} = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots\ldots & a_{1,i-1} \\ a_{i-1,1} & \ldots\ldots & a_{i-1,i-1} \end{vmatrix}.$$

Нехай функції д[illegible]ного аргументу $x_\kappa(t)$ і $y_i(t)$ задовольняють такі умови: 1) існують відмінні від нуля інтеграли $a_{\kappa,i} = \int_a^b x_\kappa(t) y_i(t)\, dt$, 2) $x_\kappa(t)$, а також $y_i(t)$ є лінійно незалежні, 3) жодна функція $x_\kappa(t)$ не є лінійною комбінацією функцій $y_i(t)$, а жодна функція $y_i(t)$ не є лінійною комбінацією функцій $x_\kappa(t)$.

Тоді, для функцій: $U_m(t) = \frac{1}{\sqrt{A_{m,m} A_{m+1,m+1}}} \sum_{\kappa=1}^{m} A_{\kappa,m} X_\kappa(t)$

$$\text{і} \quad V_n(t) = \frac{1}{\sqrt{A_{n,n} A_{n+1,n+1}}} \sum_{i=1}^{n} A_{n,i}\, y_i(t), \qquad \text{маємо:}$$

$$\int_a^b U_\kappa(t) \cdot V_i(t)\, dt = \begin{cases} 1 & \text{для } \kappa = i, \\ 0 & \text{„} \quad \kappa \neq i. \end{cases}$$

II. ДЕЯКІ ЕКВІВАЛЕНТНІ ОЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ НЕЩІЛЬНОЇ МНОЖИНИ

Позначімо буквою A довільну підмножину простору C, знаком A^{d^n}, для довільного натурального n, n-ту похідну множини A, а знаком A^c доповнення множини A до простору C.

Нехай в просторі C похідна A^d задовольняє умови: I. З $A \subset B$ випливає $A^d \subset B^d$, II. $(A+B)^d \subset A^d + B^d$, III. $C^d = C$, IV. $A^{dd} \subset A^d$.

Можна довести, що в такому топологічному просторі є еквівалентні такі умови:

1) $A^{dcd} = C$, 2) $A^{dcdcd} = 0$, 3) $A \subset A^{dcd}$, 4) $A \subset A^{dcdcdc}$, 5) $A^{dcdcd} \subset A^{dcd}$, 6) $A^{d^n} \subset A^{dcd}$ (для будь-якого, довільно вибраного, натурального числа n).

Кожна з цих формул є достатньою і необхідною умовою для того, щоб в просторі C множина A була нещільною множиною (ensemble non dense).
