

А. С. КОВАНЬКО

професор, доктор фізико-математичних наук

ДО ПИТАННЯ ПРО ПОВНОТУ ДЕЯКИХ ПРОСТОРІВ

Кафедра теорії функцій

Розглядається простір функцій $f(x)$, визначених на $(-\infty < x < +\infty)$, тобто таких, що $[f(x)]^p$ підсумовується.

Розглянемо простір з метрикою

$$Dw_p(f; \psi) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\sup_{(-\infty < a < +\infty)} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{a-T}^{a+T} |f - \psi|^p dt \right\}^{\frac{1}{p}} \right] \quad (\text{Г. Вейля}).$$

З допомогою теорії узагальнених майже періодичних функцій А. Безіковича вдається показати, що простір з вказаною метрикою неповний, а саме: послідовність

$$f_m(x) = \sum_{n=0}^{n=m} \frac{1}{2n+1} \sin \frac{x}{2n+1} \quad (m=1, 2, 3, \dots)$$

виявляється фундаментальною, але яка не сходиться ні до якої функції в просторі з вказаною вище метрикою (для $p=1$).

Ставиться також питання про існування теореми Фішера-Риса в просторі з метрикою Dw_p для майже періодичних функцій В. Степанова та Г. Вейля. Приходимо до теореми:

Якщо дана безконечна послідовність комплексних чисел A_n ($n=1, 2, \dots$) і відповідних дійсних λ_n ($n=1, 2, \dots$) таких, що ряд $\sum_1^\infty |A_n|^2$, який сходиться в подвійний ряд $\sum_{(n=m)} \frac{|A_n| \cdot |A_m|}{|\lambda_n - \lambda_m|}$, який також сходиться, тоді існує така майже періодична функція $f(x)$ Вейля, що послідовність $\sum_1^n A_k e^{(\lambda_k x)}$ сходиться до $f(x)$ в значенні вищевказаної метрики Вейля та крім того

$$Dw_2(f; 0) = \sqrt{\sum_1^\infty |A_n|^2}.$$