

МАТЕМАТИКА, МЕХАНІКА, ФІЗИКА

А. С. КОВАНЬКО

профессор

О КОМПАКТНОСТИ СИСТЕМ ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ Б. ЛЕВИТАНА

Автор доказывает следующую теорему:

ТЕОРЕМА I. Система $\{f(x)\}$ „ N почти-периодических функций“ * компактна в смысле равномерной сходимости на любом конечном интервале, если выполнены следующие условия:

Как бы мало ни было $\varepsilon > 0$ и велико $N > 0$:

1) Существует число $M = M(N) > 0$ такое, что для всех функций $f(x)$ системы выполняется неравенство:

$$|f(x)| < M \text{ при } |x| < N.$$

2) Существует такое $\delta = \delta(\varepsilon, N) > 0$, что для всех функций $f(x)$ системы выполняется неравенство:

$$|f(x+h) - f(x)| < \varepsilon, \text{ если } |x| < \delta.$$

3) Существует относительно плотное множество почти-периодов $\tau(\varepsilon, N)$ общих всем функциям и если $\tau_1 = \tau_1(\varepsilon, N)$ и $\tau_2 = \tau_2(\rho_1 N)$ два таких почти-периода, то и $\tau_1 \pm \tau_2$ будет общим почти-периодом, принадлежащим к $\varepsilon + \lambda(\rho)$, причем $\lim_{\rho \rightarrow 0} \lambda(\rho) = 0$.

$\rho \rightarrow 0$

Условия настоящей теоремы лишь достаточны, но не необходимы, что видно на примере системы $\left\{\sin \frac{x}{n}\right\} (n=1, 2, 3 \dots)$.

ТЕОРЕМА II. Если $f(x)$ есть N почти-периодическая функция, то и система $\{f(x+k)\}$ квазикompактна в смысле равномерной сходимости на любом конечном интервале.

Примечание: Система $\{f(x+k)\}$ называется квазикompактной, если из любой относительно плотной последовательности чисел $k_1, k_2, k_3, \dots$ можно выделить такую подпоследовательность $k_{di} (i=1, 2, 3 \dots)$, что последовательность $\{f(x+k_{di})\} (i=1, 2, 3 \dots)$ равномерно-сходящаяся на любом конечном интервале.

* Название, данное Б. Левитаном.

А. Н. КОСТОВСКИЙ

доцент

КВАДРИРУЕМОСТЬ НЕПРЕРЫВНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ЗАДАННЫХ В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ

В теории квадратуемости наиболее полные результаты получены московским математиком И. Я. Верченко для поверхностей вида: $z = f(x, y)$.

В настоящей работе исследованы поверхности вида: $\rho = f(\alpha, \beta)$, заданные в полярных координатах.

Получены следующие результаты:

I. Для того, чтобы непрерывная поверхность S , заданная в полярных (сферических) координатах системой уравнений:

$$\begin{aligned}x &= f(\alpha, \beta) \cos \alpha \cos \beta, \\y &= f(\alpha, \beta) \cos \alpha \sin \beta, \\z &= f(\alpha, \beta) \sin \alpha,\end{aligned}$$

где $(\alpha, \beta) \in I_0 = E_{\alpha, \beta} [\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2; \beta_1 \leq \beta \leq \beta_2]$, причем

$$0 < m \leq f(\alpha_1, \beta) \leq M,$$

$$0 \leq \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 < \frac{\pi}{2},$$

$$0 \leq \beta_1 \leq \beta \leq \beta_2 < 2\pi;$$

имела конечную площадь в смысле Лебега на прямоугольнике I_0 , необходимо и достаточно, чтобы функция $f(\alpha, \beta)$ была ограниченной вариации в смысле Тонелли на прямоугольнике I_0 .

II. Если это имеет место, то:

$$\begin{aligned}L(f, I_0) \geq \iint_{I_0} f(\alpha, \beta) \sqrt{f^2(\alpha, \beta) \cos^2 \alpha + \left[\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right]^2 \cos^2 \alpha +} \\ + \left[\frac{\partial f}{\partial \beta}\right]^2} d\alpha d\beta.\end{aligned}$$

III. Площадь поверхности $L(f, I)$ в смысле Лебега есть непрерывная и аддитивная функция прямоугольника $I \in I_0$.

IV. Почти во всех точках (α, β) , принадлежащих прямоугольнику I_0 , выполняется равенство

$$L'(\alpha, \beta) = f(\alpha, \beta) \sqrt{f^2(\alpha, \beta) \cos^2 \alpha + \left[\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right]^2 \cos^2 \alpha + \left[\frac{\partial f}{\partial \beta}\right]^2}.$$

А. Н. КОСТОВСКИЙ

доцент

О ВОЗМОЖНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ ОДНИМ ЦИРКУЛЕМ С ОГРАНИЧЕННЫМ РАСТВОРОМ НОЖЕК

Известно, что все задачи на построение, разрешимые циркулем и линейкой, можно точно решить и одним циркулем, т. е. проведением одних только окружностей. При этом без оговорок допускается, что циркулем можно описывать окружности любого радиуса, встречающиеся в построении.

В настоящей работе доказано, что все задачи на построение, разрешимые циркулем и линейкой, можно точно решить и одним циркулем, имеющим ограниченный раствор ножек циркуля, т. е. этим циркулем можно описывать окружности максимум радиуса R , где R некоторый постоянный отрезок. При непосредственном выполнении построений инструментами обычно так и бывает, потому что возможности применения инструментов, употребляемых в построении, бывают ограничены.

М. О. ЗАРИЦКИЙ

професор

ГОМЕОМОРФНЕ НЕВИМІРНЕ ВІДОБРАЖЕННЯ

Лебег дав приклад такого топологічного відображення, яке вимірну множину відображує у невимірну. Його приклад висловлений в геометричних термінах. Наводимо арифметичний приклад функції, яка має таку ж властивість.

З цією метою визначаємо деякі числові послідовності, які незалежно від їх застосувань, мають деякі цікаві властивості.

1. Формула $n = 2^{s-1} (2k - 1)$ дає взаємно однозначне припорядкування між множиною натуральних чисел $\{n\}$ і множиною пар $\{s, k\}$ натуральних чисел.

Нехай $\{u_n\}$ буде послідовність, визначена формулами:

$$u_1 = 0, u_{n+1} = u_n + 3^{s-1}, \text{ якщо } n = 2^{s-1} (2k - 1). \quad (1)$$

2. Нехай послідовність $\{p_n\}$ буде визначена формулами:

$$p_n = 2r + 1, \text{ якщо } 2^m \leq n = 2^m + r < 2^{m+1}. \quad (2)$$

3. Для визначення послідовності $\{b_n\}$ припустимо:

$$b_n = p_n + u p_n + 1. \quad (3)$$

4. Можна довести, що послідовність

$$C_n = n + u_{n+1} \quad (4)$$

є тотожна зростаючій послідовності усіх таких натуральних чисел, що їх можна в трійковій системі записати без цифри 1.

5. Нехай буде:

$$\begin{cases} n_r = m + 1, \\ a_n = b_n - 1 \end{cases} \quad (5)$$

якщо $2^m \leq r < 2^{m+1}$.

6. Якщо $\delta_r = \left(\frac{a_r}{3^{n_r}}, \frac{b_r}{3^{n_r}} \right)$, то множина $[0,1] - \sum_{r=1}^{\infty} \delta_r$ є то-

тожна множині Кантора. Вона є нещільна і досконала, а міра її дорівнює нулеві.

7. Нехай буде $0 < \varepsilon < 1$. Беремо до уваги послідовність функцій:

$$\varphi_n(z) = \varepsilon z + s \frac{1-\varepsilon}{2^n}, \text{ якщо } \frac{s+u_s}{3^n} < z < \frac{s+u_s+1}{3^n} \quad (6)$$

$$\text{і } \varphi_n(z) = \left\{ \left(\frac{3}{2} \right)^n (1-\varepsilon) + \varepsilon \right\} z - u_s \frac{1-\varepsilon}{2^n},$$

$$\text{якщо } \frac{s+u_s-1}{3^n} \leq z \leq \frac{s+u_s}{3^n} \quad s = 1, 2, \dots, (2^n - 1);$$

функції $\varphi_n(z)$ є неперервні, а послідовність $\{\varphi_n(z)\}$ $s = 1, 2, \dots, 2^n$ є рівномірно збіжна.

8. Функція $\varphi(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n(z)$ перетворює гомеоморфно певну вимірну множину у множину невимірну в розумінні Лебега.

І. Д. КВІТ

канд. фізико-математичних наук

ПОРІВНЯННЯ ЕМПІРИЧНИХ РОЗПОДІЛІВ ДВОХ НЕЗАЛЕЖНИХ ВИБОРІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕНИХ ДІЛЯНОК ЗМІНИ АРГУМЕНТА

Нехай $F_1(x)$ і $F_2(x)$ будуть дві емпіричні функції розподілу, побудовані по незалежних вибірках об'єму n_1 і n_2 . Якщо обидві вибірки одержані з однієї і тієї ж генеральної сукупності з неперервним законом розподілу $F(x)$, то, як показав М. В. Смірнов, закон розподілу

$$P \left\{ \max_{-\infty < x < \infty} |F_1(x) - F_2(x)| \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} < z \right\} = K_{n_1 n_2}(z)$$

не залежить від $F(x)$ і при $n_1 \rightarrow \infty$ і $n_2 \rightarrow \infty$ має границею розподіл А. М. Колмогорова

$$K(z) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} (-1)^v e^{-2v^2 z^2}$$

Ось тому-то закон розподілу Колмогорова $K(z)$ може служити для того, щоб розсудити, чи дві незалежні вибірки об'єму n_1 і n_2 одержані з однієї і тієї ж генеральної сукупності з неперервним законом розподілу. А саме, при великих n_1 і n_2 можна написати таке наближене рівняння

$$P \left\{ F_2(x) - \frac{z}{\sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}} \leq F_1(x) \leq F_2(x) + \frac{z}{\sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}} \right\} \approx K(z).$$

Міра відхилення в розподілі Колмогорова—Смірнова ставить в однакові умови довільні ділянки зміни аргумента x , що є тільки першим наближенням до істини. Другим наближенням є рішення задачі, яка розглядає розходження емпіричних кривих по ділянках. Узагальнення результатів Колмогорова—Смірнова в даному напрямі представляє зміст короткого повідомлення.

В. Я. СКОРОБОГАТЬКО
аспірант

ЯВНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ОБОБЩЕННОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ТРЕМЯ АРГУМЕНТАМИ

Рассмотрим уравнение:

$$\sum_{k_1 + k_2 + k_3 = n} a_{k_1 k_2 k_3} \frac{\partial^{k_1 + k_2 + k_3} u}{\partial x_1^{k_1} \partial x_2^{k_2} \partial t^{k_3}} = 0; \quad a_{k_1 k_2 k_3} = \text{Const}, \quad n = 2k \geq 4. \quad (1)$$

Предположим, что кривая:

$$H(\xi_1, \xi_2, 1) = \sum_{k_1 + k_2 + k_3 = n} a_{k_1 k_2 k_3} \xi_1^{k_1} \xi_2^{k_2} 1^{k_3} = 0 \quad (2)$$

распадается на $\frac{n}{2}$ овалов, охватывающих начало координат, которые могут и пересекаться между собой.

Построим решение уравнения (1) в виде:

$$\begin{aligned} & \varphi(x_1, x_2, t + i\varepsilon) = \\ & = \frac{1}{2\pi i} \int_{\tau_1^2 + \tau_2^2 = 1} \bar{d\tau} \int_{\gamma} \frac{\beta^{n-2} d\beta}{\sum_{k_1 + k_2 + k_3 = n} a_{k_1 k_2 k_3} \tau_1^{k_1} \tau_2^{k_2} \beta^{k_3} (x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2 + (t + i\varepsilon) \beta)} \end{aligned} \quad (3)$$

$\bar{d\tau}$ — элемент длины окружности $\tau_1^2 + \tau_2^2 = 1$.

ε — параметр.

β — пробегает в комплексной плоскости контур γ , охватывающий корни $\beta > 0$ уравнения $\Delta(\tau_1, \tau_2, \beta) =$

$$= \sum_{k_1 + k_2 + k_3 = n} a_{k_1 k_2 k_3} \tau_1^{k_1} \tau_2^{k_2} \beta^{k_3} = 0$$

и не охватывающий корней $x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2 + (t + i\varepsilon) \beta = 0$.

Можно убедиться в том, что:

$$\begin{aligned} & \varphi(x_a, t + i\varepsilon) = \\ & = \frac{1}{2\pi i} \int_{\substack{\tau_1^2 + \tau_2^2 = 1 \\ \tau_1 > 0}} \bar{d\tau} \int_{\gamma_1} \frac{\beta^{k-2} d\beta}{\Delta(\tau_1, \tau_2, \beta) (x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2 + (t + i\varepsilon) \beta)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Контур γ_1 охватывает все корни β_i уравнения $\Delta(\tau_1, \tau_2, \beta) = 0$ и не охватывает корней $x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2 + (t + i\varepsilon) \beta = 0$.

Очевидно, что аналогично (3) и (4) можно построить формулы для $\varphi(x_a, t - i\varepsilon)$.

В том случае, когда прямая $x_1 \xi_1 + x_2 \xi_2 + t = 0$ проходит через какую-либо точку, лежащую внутри всех овалов $H(\xi_1, \xi_2, 1) = 0$, имеет место:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\frac{\varphi(x_a, t + i\varepsilon) + \varphi(x_a, t - i\varepsilon)}{2} \right] = u(x_a, t) = 0. \quad (5)$$

Действительно, несколько преобразовав выражения для $\varphi(x_a, t + i\varepsilon)$ и $\varphi(x_a, t - i\varepsilon)$, можно записать: $u(x_a, t) =$

$$\begin{aligned} & = (-1) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\frac{1}{(t + i\varepsilon)^{n-1}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_1 + px_2)^{n-2} dp}{\Delta\left(1, p, -\frac{x_1 + px_2}{t + i\varepsilon}\right)} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{(t - i\varepsilon)^{n-1}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_1 + px_2)^{n-2} dp}{\Delta\left(1, p, -\frac{x_1 + px_2}{t - i\varepsilon}\right)} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Путь интегрирования в (6) разбивает комплексную плоскость на верхнюю часть и нижнюю.

При деформации пути интегрирования по p , сохраняющей разбиение плоскости на две части, соответствующие области будем также называть верхней и нижней полуплоскостями.

Путь интегрирования по p для $\varphi(x_a, t + i\varepsilon)$ деформируем с таким расчетом, чтобы все группы корней $\{\sigma_j = \rho_j^{(k)} + \sigma_j^{(k)}\}$ $\rho_j^{(k)} \rightarrow p_j$; $\sigma_j^{(k)} \geq 0$, $\sigma_j^{(k)} > 0$ уравнения $\Delta\left(1, p, -\frac{x_1 + px_2}{t + i\varepsilon}\right) = 0$ лежали в верхней полуплоскости.

Путь интегрирования для $\varphi(x_a, t - i\varepsilon)$ выбираем симметричным относительно действительной оси с путем интегрирования для $\varphi(x_a, t + i\varepsilon)$. Теперь легко можно увидеть, что (5) справедливо. Можно проверить, что:

$$\Phi(x_1, x_2, t) = \int_0^t u(x_a, s) (t-s)^n ds \quad (7)$$

есть решение уравнения (1).

Для дальнейшего нам потребуется величина:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int \Phi(x_1, x_2, t) dx_1 dx_2 = -\frac{2\pi^2}{\Delta_0} \frac{t^{n+2}}{(n+1)(n+2)}; \Delta_0 = \text{Const.} \quad (8)$$

Проверить (8) можно несложными вычислениями.

Очевидно, что $\frac{\partial^3 \Phi(x_1, x_2, t)}{\partial t^3} = \Phi^{(3)}(x_1, x_2, t) =$

$$= n(n-1)(n-2) \int_0^t u(x_a, s) (t-s)^{n-3} ds$$

есть также решение (1).

Если в последнем интеграле $u(x_a, s)$ заменить на $\varphi(x_a, s)$ (путь интегрирования лежит в верхней полуплоскости), затем переставить интегрирования, то можно записать, что:

$$\Phi^{(3)} = \frac{1}{2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ n(n-1)(n-2) \int_{\tau_1^2 + \tau_2^2 = 1, \tau_1 \geq 0} \overline{d\tau} \right. \\ \left. \int_{\Gamma_2} \frac{(x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2 + (t + i\varepsilon) \beta)^{n-3} \ln \frac{x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2 + (t + i\varepsilon) \beta}{x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2 + i\varepsilon \beta}}{\Delta(\tau_1, \tau_2, \beta)} d\beta + \right.$$

$$+ n(n-1)(n-2) \int_{\substack{\tau_1^2 + \tau_2^2 = 1 \\ \tau_1 \geq 0}} \overline{d\tau} \quad (9)$$

$$\int_{\gamma_2} \frac{(x_1\tau_1 + x_2\tau_2 + (t-i\varepsilon)\beta)^{n-3} \ln \frac{x_1\tau_1 + x_2\tau_2 + (t-i\varepsilon)\beta}{x_1\tau_1 + x_2\tau_2 - i\varepsilon\beta}}{\Delta(\tau_1, \tau_2, \beta)} d\beta \Bigg\}.$$

Контур γ_2 не охватывает корней подлогарифмического выражения. Проверяется свойство однородности, а именно:

$$\Phi^{(3)}(\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda t) = \lambda^{h-3} \Phi^{(3)}(x_1, x_2, t).$$

Образуем еще одно решение уравнения (1).

$$F(x_1, x_2, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^{(3)}(x_1 - y_1, x_2 - y_2, t) f(y_1, y_2) dy_1 dy_2. \quad (10)$$

Предположим, что $f(y_1, y_2)$ непрерывно дифференцируема n раз по y_1 и y_2 и что $f(y_1, y_2) \equiv 0$ при $y_1^2 + y_2^2 \geq R^2$; $R = \text{Const}$. Произведем замену переменных в (10):

$$\begin{aligned} x_1 - y_1 &= tz_1 \\ x_2 - y_2 &= tz_2, \text{ тогда} \end{aligned}$$

$$F(x_1, x_2, t) = t^{h-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^{(3)}(z_1, z_2, 1) f(x_1 - tz_1, x_2 - tz_2) dz_1 dz_2.$$

Область интегрирования не зависит от t , ибо на основании (5) $\Phi^{(3)}(z_1, z_2, 1) \equiv 0$ вне некоторой конечной области. Нетрудно проверить, что:

$$\frac{\partial^k}{\partial t^k} F(x_1, x_2, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad k = 0, \dots, n-2$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{n-1}}{\partial t^{n-1}} F(x_1, x_2, t) \Big|_{t=0} &= (n-1)! f(x_1, x_2) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^{(3)}(z_1, z_2, 1) dz_1 dz_2 = \\ &= -\frac{2\pi^2 n!}{\Delta_0} f(x_1, x_2) \end{aligned}$$

Δ_0 — коэффициент при β^h в $\Delta(\tau_1, \tau_2, \beta) = 0$.

Функция $K(x_1, x_2, t) = -\frac{\Delta_0}{2\pi^2 n!} \Phi^{(3)}(x_1, x_2, t)$ дает разрешающее ядро задачи Коши.

РАЗЛОЖЕНИЕ КООРДИНАТ КЕПЛЕРОВА ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ, КОГДА ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ БЛИЗОК К ЕДИНИЦЕ

Задача определения траектории тел, движущихся под действием сил взаимного тяготения, как известно, до сих пор не имеет аналитического решения. Полагая в первом приближении движение невозмущенным, и, пользуясь методом вариации произвольных постоянных, получаем дифференциальные уравнения для оскулирующих элементов (уравнения Лагранжа).

Для решения этих уравнений необходимо иметь аналитические выражения пертурбационных функций через элементы кеплеровой орбиты. Эти выражения возможны только в виде бесконечных рядов.

Наибольшие трудности представляют разложения для больших наклонностей и эксцентриситетов, близких к единице.

Для больших наклонностей автором доклада был разработан метод разложения в тригонометрический ряд относительно наклонности. Что касается эксцентриситета, то рядом авторов (Шарлье, Моисеев, Еленевская) были получены ряды по степеням приращения эксцентриситета и исследована их сходимости. Оказалось, что такие ряды будут иметь отличные от нуля радиусы сходимости для любых значений e_0 , кроме $e_0 = 1$ и для любых значений средней аномалии M .

Однако для значений e , близких к единице, эти ряды будут сходиться медленно. Автором доклада совместно с Я. С. Подстригачем была сделана попытка расширить области сходимости этих рядов путем ограничения угловой переменной M . Однако тогда выпадает из рассмотрения случай $\sin M = 0$, $e_0 = 1$. Кроме того, для e , близких к единице, сходимости все же остается медленной.

Все вышеизложенное навело автора на мысль искать принципиально новые пути разложения функций эксцентриситета и угловых переменных. Именно, до сих пор связь полярной координаты v (истинной аномалии в невозмущенном движении) с временем давалась формулами:

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \quad (1)$$

$$E = M + e \sin E, \quad M = n(t - t_0) \quad (2)$$

Уравнение (2) есть известное уравнение Кеплера. Оно то и вводит трансцендентность в зависимость истинной аномалии от времени.

Введение промежуточной величины — средней аномалии M оправдывалось первоначально тем, что эксцентриситеты орбит рассматривались близкими к нулю. Для орбит же, эксцентриситет которых близок к единице, а тем более для гиперболических орбит, средняя аномалия теряет свой механический смысл. Это побудило нас ввести вместо средней аномалии другую промежуточную величину, физически более связанную с действительным движением.

Рассматривая семейство софокусных конических сечений, имеющих одно и то же перигельное расстояние, получаем, что при изменении эксцентриситета большая полуось эллипса будет расти, при $e=1$ она обращается в бесконечность, затем становится отрицательной.

Как было указано, средняя аномалия является искусственно введенной величиной, оправдывающей свое значение для эксцентриситетов, близких к нулю. При рассмотрении же всей совокупности движений, могущих быть при изменении эксцентриситета от нуля до бесконечности, естественнее взять за такую величину истинную аномалию одного из рассматриваемых движений, именно истинную аномалию параболического движения, так как она имеет наиболее простую связь с временем

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{v}{2} = k \frac{t - t_0}{\sqrt{2} q^{3/2}}. \quad (3)$$

Истинная аномалия любого другого движения выразится через истинную аномалию параболического движения при помощи интегралов площадей:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = k \sqrt{q(1+e)} \quad \text{и} \quad r_{np}^2 \frac{dv_{np}}{dt} = k \sqrt{2} \sqrt{q}. \quad (4)$$

Для степени радиуса-вектора мы можем написать выражение:

$$r^\alpha = \frac{p^\alpha}{[1 + (1 - \bar{q}) \cos v]^\alpha}, \quad \bar{q} = \frac{q}{a}. \quad (5)$$

Разлагая в ряд Маклорена по степеням $\bar{q}$ получим

$$r^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\alpha} (-1)^l \frac{l\alpha(\alpha+1)\dots(\alpha+k+1)}{k!} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-l+1)}{l!} \frac{\cos^k v}{2^{k+l} a^{\alpha+k}} \frac{q^{\alpha+k}}{(1 + \cos v)^{\alpha+k}} \bar{q}^l. \quad (6)$$

Величину $\frac{2q}{(1 + \cos v)}$ мы можем рассматривать как выражение радиуса-вектора некоторого параболического движения, имеющего то же перигельное расстояние q . Обозначив его через r_{np} , получим выражение для r^α :

$$r^\alpha = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\gamma=0}^{\infty} H_{\lambda\gamma} \bar{r}_{np}^{\alpha+\gamma-\lambda} \bar{q}^\lambda, \quad \bar{r}_{np} = \frac{r_{np}}{a}, \quad (1)$$

где $H_{\lambda\gamma}$ суть числовые коэффициенты.

Ряд (1) будет абсолютно сходиться относительно $\bar{q}$ в интервале

$$-\frac{\pi}{2} \leq v_{np} \leq \frac{\pi}{2}.$$

Подставляя ряд (1) в интегралы (4), получаем связь между v и v_{np} и пределы, в которых будет абсолютно сходиться ряд относительно v .

Для большинства встречающихся на практике эксцентриситетов ряд (1) будет сходиться для значений v от $-2\pi \leq v \leq 2\pi$. В остальных случаях остающуюся часть траектории можно исследовать при помощи разложений применявшихся ранее.

Ф. М. АЛЕМАЙКИН
ст. преподаватель

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ДИГИДРОФОСФАТА АММОНИЯ

Обычно в пьезотехнике в настоящее время употребляются кристаллические стержни дигидрофосфата аммония сечения $45^\circ Z$ (сечение перпендикулярное оси Z и под углом 45° к осям X и Y) для продольных колебаний. Это делается потому, что пьезомодуль d_{36} имеет большее значение по сравнению с пьезомодулем d_{14} . А другие пьезомодули в этом кристалле отсутствуют.

Решая уравнение продольного колебания стержня, для частоты колебания стержня получим следующее выражение:

$$\nu = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

где ν — частота, l — длина стержня, ρ — плотность кристалла, n — порядковое число и E — модуль растяжения.

Но модуль растяжения E имеет следующее выражение через упругие константы S_{ik} и направляющие косинусы углов [1]

$$\frac{1}{E} = s_{33} + \{2(s_{13} - s_{33}) + s_{44}\} \sin^2 \varphi + \{(s_{11} + s_{66} - 2s_{33} - s_{44}) + (2s_{12} + s_{66} - 2s_{11}) \sin^2 \alpha + (2s_{11} - 2s_{12} - s_{66}) \sin^4 \alpha\} \sin^4 \varphi. \quad (2)$$

Подставляя различные значения E в зависимости от α и φ в формулу (1), получим целую систему волновых коэффициентов ($N = \nu l$).

Расчеты показывают, что минимальное значение волновых коэффициентов имеет место при $\alpha = 45^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$ $N = 1644 \text{ kHz. мм.}$ Сечение $45^\circ Z$ имеет волновой коэффициент $N = 1793 \text{ kHz. мм.}$ Составлены таблицы волновых коэффициентов для температур $\pm 20^\circ\text{C}$ через 10° для значений α и φ .

При практическом использовании того или иного сечения большую роль играет значение $Tk\chi$ (температурный коэффициент частоты).

Для расчета $Tk\chi$ можно воспользоваться формулой (1). Из формулы (1) получим выражение для подсчета $Tk\chi$

$$Tk\chi = \frac{1}{\nu} \frac{d\nu}{dT} = (\alpha_x - \alpha_z) \cos^2 \varphi + \frac{\alpha_z}{2} + \frac{1}{2E} \frac{dE}{dT}, \quad (3)$$

где α_x и α_z коэффициенты линейного растяжения кристалла по осям X и Z , T — температура $^\circ\text{C}$.

На основании формулы (3) составлена таблица значений $Tk\chi$ для тех же температур и углов.

Таблица показывает, что нулевых значений $Tk\chi$ стержня не существует. Минимальные значения $Tk\chi$ при значении углов $\alpha = 45^\circ$, $\varphi = 0^\circ$, $Tk\chi = -40$, а для сечения $45^\circ z$ $Tk\chi = -314$.

Учитывая пьезоэлектрическую возбудимость стержня к продольным колебаниям можно указать, что практически, кроме сечения $45^\circ z$, можно употреблять сечение $\alpha = 45^\circ$ и $\varphi = 45^\circ$.

Для этого сечения $N = 1731$ и $Tk\chi = -188$.

Ф. М. АЛЕМАЙКИН

ст. преподаватель

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН ДИГИДРОФОСФАТА АММОНИЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПО ТОЛЩИНЕ

В пьезотехнике в настоящее время колебания кристаллических пластин дигидрофосфата аммония по толщине не применяются. Это вызвано тем, что у кристалла дигидро-

фосфата аммония имеются только пьезомодули d_{14} , $d_{25} = d_{14}$ и d_{36} . Причем d_{36} на много больше, чем d_{14} ($d_{36} = 148 \cdot 10^{-8}$ CGSE, $d_{14} = 5 \cdot 10^{-8}$ CGSE). Поэтому практически до сих пор возбуждались только сдвиговые колебания (или продольные колебания в направлении 45 между осями X и Y). По аналогии с кварцем следует произвести расчет собственных колебаний пластин по толщине [1].

Уравнения движения в анизотропной среде при отсутствии массовых сил имеют вид:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z}\end{aligned}\quad (1)$$

где U, V, W — компоненты смещения, $X_x \dots Z_z \dots X_y$ — компоненты напряжения, ρ — плотность кристалла.

Рассматривая плоские волны $s = lx + my + nz$, уравнения (1) можно привести к виду:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} &= \Gamma_{11} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} + \Gamma_{12} \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} + \Gamma_{13} \frac{\partial^2 W}{\partial s^2} \\ \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} &= \Gamma_{12} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} + \Gamma_{22} \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} + \Gamma_{23} \frac{\partial^2 W}{\partial s^2} \\ \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} &= \Gamma_{13} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} + \Gamma_{23} \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} + \Gamma_{33} \frac{\partial^2 W}{\partial s^2}\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\text{где} \quad \Gamma_{11} &= c_{11} l^2 + c_{66} m^2 + c_{44} n^2, & \Gamma_{23} &= (c_{13} + c_{44}) mn \\ \Gamma_{22} &= c_{66} l^2 + c_{11} m^2 + c_{44} n^2, & \Gamma_{13} &= (c_{13} + c_{44}) ln \\ \Gamma_{33} &= c_{44} l^2 + c_{44} m^2 + c_{33} n^2, & \Gamma_{12} &= (c_{12} + c_{66}) lm,\end{aligned}\quad (3)$$

а l, m, n — направляющие косинусы нормали к плоскости пластинки, c_{ik} — упругие модули кристалла.

Если результирующее смещение с компонентами U, V, W представить в виде $\xi = pU + qV + rW$, то уравнение (2) примет вид:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = C \frac{\partial^2 \xi}{\partial s^2}. \quad (4)$$

Постоянные p, q и r удовлетворяют линейную систему уравнений

$$\begin{aligned}p\Gamma_{11} + q\Gamma_{12} + r\Gamma_{13} &= pC \\ p\Gamma_{12} + q\Gamma_{22} + r\Gamma_{23} &= qC \\ p\Gamma_{13} + q\Gamma_{23} + r\Gamma_{33} &= rC.\end{aligned}\quad (5)$$

Чтобы p , q и r были отличны от нуля, детерминант системы (5) должен быть равен нулю. А именно:

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{11} - C & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - C & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - C \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

Развертывая уравнение (6) получим:

$$C^3 - AC^2 + BC + D = 0 \quad (7)$$

A , B и D суть функции l , m , n и C_{ik} .

Решая уравнение (4), получим для собственной частоты выражение

$$\nu = \frac{n}{2d} \sqrt{\frac{C_\tau}{\rho}}, \quad (8)$$

где C_τ — корень уравнения (7), а n — порядковое число и d — толщина пластинки. Уравнение (7) дает три действительных корня. И, следовательно, в анизотропной пластинке имеем три частоты. Направления этих трех колебаний определяются постоянными p , q , z .

Произведены расчеты собственных частот колебаний для различных сечений кристалла (различных α и φ) через 10° для температур $\pm 20^\circ\text{C}$. Расчеты показывают, что волновые коэффициенты ($N = \nu d$) в зависимости от α при $\varphi = 45^\circ$ меняются от $N = 2512 \text{ кГц} \cdot \text{мм}$ ($\alpha = 0$) до $N = 2117 \text{ кГц} \cdot \text{мм}$ ($\alpha = 45^\circ$) и дальше при $\alpha = 90^\circ$ принимают значение при $\alpha = 0^\circ$. В зависимости от φ при $\alpha = 45^\circ$ волновой коэффициент меняется от

$N = 2039 \text{ кГц} \cdot \text{мм}$ ($\varphi = 0$) до $N = 2497 \text{ кГц} \cdot \text{мм}$ ($\varphi = 90^\circ$).

Очень важно, что при колебании по толщине расчетами при помощи формулы температурного коэффициента частоты Tk_ν .

$$Tk_\nu = \frac{1}{\nu} \frac{d\nu}{dT} = (\alpha_x - \alpha_z) \cos^2 \varphi + \frac{\alpha_z}{2} + \frac{1}{2c} \frac{\partial C}{\partial T} \quad (9)$$

найжены сечения с нулевыми значениями Tk_ν .

Здесь α_x и α_z — коэффициенты линейного расширения кристалла вдоль осей X и Z , C — корень уравнения (7).

Нулевые значения Tk_ν оказались между углами $\varphi = 30^\circ - 70^\circ$ и $\alpha = 20^\circ - 70^\circ$. При этих сечениях коэффициент электро-механической связи равен примерно коэффициенту электро-механической связи кварца X -сечения.

Отсюда можно сделать вывод, что пластинки дигидрофосфата аммония можно использовать для колебаний по толщине с нулевыми.

В. П. ЦВЕТКОВ
ст. преподаватель

О ПРИМЕНЕНИИ ТОНКИХ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РАССЕЯНИЯ РЕНТГЕНОВЫХ ЛУЧЕЙ ЖИДКИМИ МЕТАЛЛАМИ

При исследовании рассеяния рентгеновых лучей жидкими металлами применяется съемка от плоской поверхности.

Нами рассматривается вопрос о применении тонких пленок слюды (мусковита) в качестве покрытий, придающих металлу плоскую поверхность, а также подложек, когда ведется съемка металла „снизу“.

Показано преимущество съемки „снизу“ и дается обоснование выбора оптимальной толщины покрытий из слюды для данного метода.

Съемкой лауэграмм в медном излучении образцов слюды, ориентированных под разными углами к первичному лучу, установлена зависимость числа „паразитных“ пятен на рентгенограмме, образованных отражением от слюды.

Рассматривается также применение покрытий из мелкокристаллических пленок (фольг) из алюминия и бериллия, дается граница их применимости.

М. Т. СЕНЬКІВ
ст. викладач

ЕФЕКТИВНИЙ ПЕРЕРІЗ ПОДВІЙНОГО РОЗСІЯННЯ МЕЗОНІВ НА ПОРОЗІ ЕФЕКТУ

Вивчення розсіяння мезонів на нуклонах актуальне в зв'язку з рядом експериментальних робіт, проведених в 1952 році. Однак розрахунок подвійного розсіяння мезонів на нуклонах настільки громіздкий, що до цього часу знайдено тільки ефективний переріз для гранично-релятивістського випадку—найменш важливий з точки зору експерименту.

Нами розглянуто реакцію

$$\pi_0^+ + P \rightarrow \pi_1^+ + \pi_2^+ + N.$$

Енергетичний поріг цієї реакції в системі центра інерції дорівнює

$$W_{k_0}^{\min} = 1,826 m = 258 MeV.$$

Матричний елемент процесу в релятивістськи-інваріант-

ному формулюванні квантової мезодинаміки ($PS(PS)$ — теорія) буде

$$M = g^3 \bar{u}_2 \left[\gamma_5 (\hat{p}_2 + \hat{k}_2 - M)^{-1} \gamma_5 (\hat{p}_1 - \hat{k}_1 - M)^{-1} \gamma_5 + \right. \\ \left. + \gamma_5 (\hat{p}_2 + \hat{k}_1 - M)^{-1} \gamma_5 (\hat{p}_1 - \hat{k}_2 - M)^{-1} \gamma_5 \right] u_1.$$

Вираз цей підносимо до квадрату і сумуємо по напрямках спіна початкового і кінцевого нуклона.

Диференціальний ефективний переріз нашого процесу дорівнює

$$d\sigma = \frac{M^2}{W_0 W_1 W_2 E_1 E_2} \overline{M^2} \frac{K_1^2 dK_1 d\Omega_1}{(2\pi)^2} \frac{K_2^2 d\Omega}{\frac{K_0}{W_0} + \frac{K_0}{E_1}} \left| \frac{dE}{dK_2} \right|^{-1}.$$

Поблизу енергетичного порогу

$$K_1 \ll m, K_2 \ll m, W_1 \sim m, W_2 \sim m$$

і можемо використати нерелятивістське співвідношення

$$E = M + 2m + \frac{K_1^2}{2m} + \frac{K_2^2}{2m}.$$

Повний ефективний переріз визначається 5-кратним інтегруванням

$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\vartheta_1 \int_0^{K_1^{\max}} dK_1 \int_0^{\pi} d\vartheta \frac{d\sigma}{d\varphi d\varphi_1 d\vartheta_1 dK_1 d\vartheta}.$$

Розкладаючи вираз для $|M|^2$ в ряд по K_1, K_2 і обмежуючись членами з K^2 , після інтегрування по $\varphi_1, \varphi, \vartheta_1, K_1$ одержимо:

$$d\sigma(\vartheta) = 4,897 \cdot 10^{-32} \left(\frac{g^2}{\hbar c} \right)^3 \left\{ 1 - (0,533 \cos \vartheta + 1,141 - \right. \\ \left. - 0,290 \cos^2 \vartheta) \frac{E - E_0}{m} \right\} \left(\frac{E - E_0}{m} \right)^2 \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{2} \text{ см}^2,$$

$$\text{де } E = \sqrt{K_0^2 + M^2} + \sqrt{K_0^2 + m^2}, \quad E_0 = M + 2m.$$

Порядок одержаного перерізу набагато нижчий порядку перерізу процесу однократного розсіяння, однак він скоро зростає з енергією падаючого мезона. Таким чином, маємо певну аналогію з процесом подвійного розсіяння фотонів на електронах. Поблизу порогу подвійне розсіяння можна буде виявити при сучасному розвитку прискорювальної техніки.

Н. П. ФЛЕЙШМАН

доцент

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОМ ПОДКРЕПЛЕНИИ ОТВЕРСТИЙ В ПЛАСТИНКАХ

Эквивалентным кольцом подкрепления отверстия в пластинке называется такое кольцо, которое полностью заменяет действие вырезанной части пластинки при данной нагрузке.

В докладе ставится задача нахождения компонентов тензора податливости эквивалентного кольца, как функции от дуги S контура криволинейного отверстия.

Деформации кольца, а также усилия и моменты, действующие на него со стороны пластинки, известны и определяются напряженно-деформированным состоянием сплошной изотропной или анизотропной пластинки неослабленной отверстием.

Задача решается на основе теории малых деформаций криволинейных стержней без учета деформации оси кольца, если речь идет о подкреплении тонких плит, и с учетом удлинения оси кольца в случае обобщенного плоского напряженного состояния.

Эквивалентное кольцо не всегда существует. В качестве примеров в докладе рассматриваются некоторые частные случаи.

В. Е. СТЕПАНОВ

доцент

К МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР СОЛНЕЧНЫХ ПЯТЕН

Многочисленные определения температур солнечных пятен, произведенные фотометрическим и колориметрическим методами, давали для температуры ядра пятна величину 4300—4800°. Последние спектрофотометрические определения возбуждения температуры ядра пятна, произведенные в исключительно благоприятных условиях, дают 3800°. Предыдущие исследования показали существенность учета фотометрических ошибок.

Специально разработанная программа наблюдений позволила произвести учет рассеянного света и исключить эффект замыкания.

Температура ядер для различных пятен различна. Средняя цветовая температура ядра составляет 4300°.

В. Е. СТЕПАНОВ,
доцент

А. А. КОПЫСТЯНСКИЙ
ст. научн. сотрудник

ДИФРАКЦИОННЫЙ СПЕКТРОГРАФ ДВОЙНОГО ОТРАЖЕНИЯ БОЛЬШОЙ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СИЛЫ

Построенный в апреле месяце 1952 года спектрограф Львовской астрономической обсерватории служит для исследования контуров спектральных линий, определения лучевых скоростей, определения скорости вращения Солнца и других работ, связанных с физикой Солнца.

Особенность конструкции спектрографа лежит в применении системы автоколлимации с двойным отражением. Лучи, пройдя щель и объектив автоколлиматора, попадают на дифракционную решетку. Дифрагированные монохроматические параллельные пучки, отражаясь от плоского зеркала, посылаются вновь на дифракционную решетку, откуда вторично дифрагированные пучки, пройдя объектив, направляются вспомогательным зеркалом в кассетную часть. Устранение наложений спектров производится путем изменения расстояния плоского зеркала от решетки.

Расчетные данные и результаты предварительных исследований спектрографа показывают, что линейная дисперсия спектрографа при наиболее благоприятном расположении решетки может быть увеличена в 2,5 раза по сравнению с линейной дисперсией автоколлимационного спектрографа, построенного по обычной схеме Литтрова. Светосила нашего спектрографа увеличивается в 1,6 раза по сравнению со спектрографом системы Литтрова имеющим ту же дисперсию. Разрешающая сила увеличивается в 2 раза.

С. А. КАПЛАН
доцент

К ВОПРОСУ ОБ ОБРАЗОВАНИИ ЗВЕЗД

Работами В. А. Амбарцумяна, В. Г. Фесенкова и ряда других советских астрономов было показано что:

а) процесс образования звезд является непрерывным и происходит в Галактике также и в настоящее время;

б) вновь образовавшиеся звезды эволюционируют в дальнейшем благодаря корпускулярному излучению — то есть теряя массу.

Одна из задач этой основной проблемы современной космогонии заключается в определении по данным наблюдений вероятности образования звезд различных спектральных классов и различных масс.

Разработан метод, позволяющий по наблюдаемой функции светимости и по заданному закону изменения состояния звезды со временем определить вероятность образования звезд различных спектральных типов и различных масс.

Применение этого метода к анализу первой части главной последовательности показало, что наиболее вероятные характеристики вновь образующихся в *O* и *B* ассоциациях звезд при вступлении их на главную последовательность следующие: масса порядка 10 масс Солнца, спектр типа *BI*. Около 80% всех вновь образующихся в *O* и *B* ассоциациях звезд вступают на главную последовательность с массами в пределах от 6 до 18 масс Солнца.

Показано, что возраст Солнца примерно в два раза меньше среднего возраста звезд первой части главной последовательности.

Р. Б. ТЕПЛИЦКАЯ

ст. науч. сотрудник

КОЛОРИМЕТРИЯ ВНЕШНЕЙ КОРОНЫ СОЛНЦА 25 ФЕВРАЛЯ 1952 ГОДА

Настоящая работа представляет собой попытку фотометрии солнечной короны с интерференционными фильтрами. С этой целью по конструкции В. Е. Степанова и А. А. Копыстанского была построена установка, состоящая из восьми короткофокусных камер ($f = 210$ мм, светосила 1 : 4,5) с интерференционными фильтрами в кассетной части.

Для обработки оказались годными негативы, полученные в длинах волн $\lambda = 6540 \text{ \AA}$, $5750 \text{ \AA}$, $4590 \text{ \AA}$, $3250 \text{ \AA}$. Обработаны однако только 3 из них, так как на последнем вышла лишь внутренняя корона, изучение которой не входило в нашу задачу. Все снимки были привязаны к Солнцу с помощью вспомогательных насадок, одеваемых на объективы, и калиброваны на кварцевом спектрографе.

Промер негативов на микрофотометре МФ-2 позволил построить систему изофот до расстояния 5 радиусов от центра Солнца. Во всех длинах волн изофоты сжаты у полюсов, причем сжатие уменьшается до расстояния 3 радиусов от центра Солнца, а на больших расстояниях остается постоянным.

Произведенное нами сравнение закона падения яркости в короне для различных длин волн показывает, что в ультрафиолетовой части спектра яркость убывает медленнее, чем в красных и желтых лучах. В тех же направлениях измерена цветовая температура короны.

Опыт настоящей работы показывает, что короткофокусные камеры с интерференционными фильтрами могут быть с успехом применены для изучения внешней короны.

Я. Т. КАПКО

ст. науч. сотрудник

ФОТОГРАФИЧЕСКАЯ ФОТОМЕТРИЯ СОЛНЕЧНОЙ КОРОНЫ 1952 г.

Корона 25 февраля 1952 г. фотографировалась на двойном коронографе с объективами Индустар-17 с фокусным расстоянием 50 см, отверстием 10 см. Затмение наблюдалось при очень хороших метеорологических условиях. Получено четыре снимка: два в синих лучах на пластинках Agfa Spektral blau Ultrarapid с фильтром эффективной длины волны 4400 Å, и два в красных лучах на пластинках Agfa Spektral rot Rapid с фильтром эффективной длины волны 6400 Å. Все снимки оказались пригодными для фотометрической обработки. Проявление производилось мелкозернистым проявителем Д-76 при температуре 19,5°.

Стандартизация производилась на пластинках из той же коробки на том же коронографе с дополнительным приспособлением. Для калибровки на пластинки с короной впечатывался ступенчатый ослабитель. Пластинки измерялись на микрофотометре МФ-2 через 0,2 мм в двух перпендикулярных направлениях.

Для всех пластинок построены изофоты внутренней и частично средней короны до расстояния 2,25 радиусов от центра Солнца. Построенные изофоты дали возможность сравнить закон падения яркости короны для 4400 Å и 6400 Å и определить цветовую температуру.
