Доповіді та повідомлення
Львівського державного університету імені Ів. Франка
Випуск IV, частина 2 1953

МАТЕМАТИКА, МЕХАНІКА, ФІЗИКА

А. С. КОВАНЬКО
профессор

О КОМПАКТНОСТИ СИСТЕМ ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ Б. ЛЕВИТАНА

Автор доказывает следующую теорему:

ТЕОРЕМА I. Система $\{f(x)\}$ „N почти-периодических функций“ * компактна в смысле равномерной сходимости на любом конечном интервале, если выполнены следующие условия:

Как бы мало ни было $\varepsilon > 0$ и велико $N > 0$:

1) Существует число $M = M(N) > 0$ такое, что для всех функций $f(x)$ системы выполняется неравенство:

$$|f(x)| < M \text{ при } |x| < N.$$

2) Существует такое $\delta = \delta(\varepsilon, N) > 0$, что для всех функций $f(x)$ системы выполняется неравенство:

$$|f(x+h) - f(x)| < \varepsilon, \text{ если } |x| < \delta.$$

3) Существует относительно плотное множество почти-периодов $\tau(\varepsilon, N)$ общих всем функциям и если $\tau_1 = \tau_1(\varepsilon, N)$ и $\tau_2 = \tau_2(\rho_1 N)$ два таких почти-периода, то и $\tau_1 \pm \tau_2$ будет общим почти-периодом, принадлежащим к $\varepsilon + \lambda(\rho)$, причем $\lim\limits_{\rho \to 0} \lambda(\rho) = 0$.

Условия настоящей теоремы лишь достаточны, но не необходимы, что видно на примере системы $\left\{\sin \frac{x}{n}\right\}$ $(n = 1, 2, 3 \ldots)$.

ТЕОРЕМА II. Если $f(x)$ есть N почти-периодическая функция, то и система $\{f(x+k)\}$ квазикомпактна в смысле равномерной сходимости на любом конечном интервале.

Примечание: Система $\{f(x+k)\}$ называется квазикомпактной, если из любой относительно плотной последовательности чисел $k_1, k_2, k_3 \ldots$ можно выделить такую подпоследовательность k_{di} $(i = 1, 2, 3 \ldots)$, что последовательность $\{f(x + k_{di})\}$ $(i = 1, 2, 3 \ldots)$ равномерно-сходящаяся на любом конечном интервале.

---

* Название, данное Б. Левитаном.