А. Н. КОСТОВСКИЙ
доцент

О ВОЗМОЖНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ ОДНИМ ЦИРКУЛЕМ С ОГРАНИЧЕННЫМ РАСТВОРОМ НОЖЕК

Известно, что все задачи на построение, разрешимые циркулем и линейкой, можно точно решить и одним циркулем, т. е. проведением одних только окружностей. При этом без оговорок допускается, что циркулем можно описывать окружности любого радиуса, встречающиеся в построении.

В настоящей работе доказано, что все задачи на построение, разрешимые циркулем и линейкой, можно точно решить и одним циркулем, имеющим ограниченный раствор ножек циркуля, т. е. этим циркулем можно описывать окружности максимум радиуса R, где R некоторый постоянный отрезок. При непосредственном выполнении построений инструментами обычно так и бывает, потому что возможности применения инструментов, употребляемых в построении, бывают ограничены.

М. О. ЗАРИЦЬКИЙ
професор

ГОМЕОМОРФНЕ НЕВИМІРНЕ ВІДОБРАЖЕННЯ

Лебег дав приклад такого топологічного відображення, яке вимірну множину відображує у невимірну. Його приклад висловлений в геометричних термінах. Наводимо арифметичний приклад функції, яка має таку ж властивість.

З цією метою визначаємо деякі числові послідовності, які незалежно від їх застосувань, мають деякі цікаві властивості.

1. Формула $n = 2^{s-1}\,(2k-1)$ дає взаємно однозначне припорядкування між множиною натуральних чисел $\{n\}$ і множиною пар $\{s, k\}$ натуральних чисел.

Нехай $\{u_n\}$ буде послідовність, визначена формулами:

$$u_1 = 0,\ u_{n+1} = u_n + 3^{s-1},\ \text{якщо}\ n = 2^{s-1}(2k-1). \tag{1}$$

2. Нехай послідовність $\{p_n\}$ буде визначена формулами:

$$p_n = 2r + 1,\ \text{якщо}\ 2^m \leqslant n = 2^m + r < 2^{m+1}. \tag{2}$$

3. Для визначення послідовності $\{b_n\}$ припустимо:

$$b_n = p_n + up_n + 1. \tag{3}$$

4. Можна довести, що послідовність

$$C_n = n + u_{n+1} \tag{4}$$

є тотожна зростаючій послідовності усіх таких натуральних чисел, що їх можна в трійковій системі записати без цифри 1.

5. Нехай буде:

$$\begin{cases} n_r = m + 1, \\ a_n = b_n - 1 \end{cases} \tag{5}$$

якщо $2^m \leqslant r < 2^{m+1}$.

6. Якщо $\delta_r = \left(\frac{a_r}{3^{n_r}}, \frac{b_r}{3^{n_r}}\right)$, то множина $[0,1] - \sum_{r=1}^{\infty} \delta_r$ є тотожна множині Кантора. Вона є нещільна і досконала, а міра її дорівнює нулеві.

7. Нехай буде $0 < \varepsilon < 1$. Беремо до уваги послідовність функцій:

$$\varphi_n(z) = \varepsilon z + s\frac{1-\varepsilon}{2^n}, \text{ якщо } \frac{s+u_s}{3^n} < z < \frac{s+u_{s+1}}{3^n} \tag{6}$$

$$\text{і } \varphi_n(z) = \left\{\left(\frac{3}{2}\right)^n (1-\varepsilon) + \varepsilon\right\} z - u_s \frac{1-\varepsilon}{2^n},$$

$$\text{якщо } \frac{s+u_{s-1}}{3^n} \leqslant z \leqslant \frac{s+u_s}{3^n}\ s = 1, 2, \ldots, (2^n - 1);$$

функції $\varphi_n(z)$ є неперервні, а послідовність $\{\varphi_n(z)\}$ $s = 1, 2, \ldots, 2^n$ є рівномірно збіжна.

8. Функція $\varphi(z) = \lim\limits_{n \to \infty} \varphi_n(z)$ перетворює гомеоморфно певну вимірну множину у множину невимірну в розумінні Лебега.

І. Д. КВІТ
канд. фізико-математичних наук

ПОРІВНЯННЯ ЕМПІРИЧНИХ РОЗПОДІЛІВ ДВОХ НЕЗАЛЕЖНИХ ВИБОРОК ДЛЯ ВИЗНАЧЕНИХ ДІЛЯНОК ЗМІНИ АРГУМЕНТА

Нехай $F_1(x)$ і $F_2(x)$ будуть дві емпіричні функції розподілу, побудовані по незалежних вибірках об'єму n_1 і n_2. Якщо обидві вибірки одержані з однієї і тієї ж генеральної сукупності з неперервним законом розподілу $F(x)$, то, як показав М. В. Смірнов, закон розподілу

$$P\left\{\max_{-\infty < x < \infty} |F_1(x) - F_2(x)| \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} < z\right\} = K_{n_1 n_2}(z)$$