Величину $\frac{2q}{(1+\cos v)}$ мы можем рассматривать как выражение радиуса-вектора некоторого параболического движения, имеющего то же перигельное расстояние q. Обозначив его через r_{np}, получим выражение для r^{α}:

$$r^{\alpha}=\sum_{\chi=0}^{\infty}\sum_{\gamma=0}^{\infty}H_{\chi\gamma}\bar{r}_{np}{}^{\alpha+\gamma-\chi}\,\bar{q}^{\chi},\ \bar{r}_{np}=\frac{r_{np}}{a}, \tag{1}$$

где $H_{\chi\gamma}$ суть числовые коэффициенты.

Ряд (1) будет абсолютно сходиться относительно $\bar{q}$ в интервале

$$-\frac{\pi}{2}\leqslant v_{np}\leqslant\frac{\pi}{2}.$$

Подставляя ряд (1) в интегралы (4), получаем связь между v и v_{np} и пределы, в которых будет абсолютно сходится ряд относительно v.

Для большинства встречающихся на практике эксцентриситетов ряд (1) будет сходиться для значений v от $-2\pi\leqslant v\leqslant 2\pi$. В остальных случаях остающуюся часть траектории можно исследовать при помощи разложений применявшихся ранее.

Ф. М. АЛЕМАЙКИН
ст. преподаватель

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ДИГИДРОФОСФАТА АММОНИЯ

Обычно в пьезотехнике в настоящее время употребляются кристаллические стержни дигидрофосфата аммония сечения 45° Z (сечение перпендикулярное оси Z и под углом 45° к осям X и Y) для продольных колебаний. Это делается потому, что пьезомодуль d_{36} имеет большее значение по сравнению с пьезомодулем d_{14}. А другие пьезомодули в этом кристалле отсутствуют.

Решая уравнение продольного колебания стержня, для частоты колебания стержня получим следующее выражение:

$$\nu=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{1}$$

где ν — частота, l — длина стержня, ρ — плотность кристалла, n — порядковое число и E — модуль растяжения.

Но модуль растяжения E имеет следующее выражение через упругие константы S_{ik} и направляющие косинусы углов [1]

$$\frac{1}{E} = s_{33} + \{2(s_{13} - s_{33}) + s_{44}\} \sin^2\varphi + \{(s_{11} + s_{83} - 2s_{33} - s_{44}) + (2s_{12} + s_{66} - 2s_{11})\sin^2\alpha + (2s_{11} - 2s_{12} - s_{66}) \sin^4\alpha\}\sin^4\varphi. \qquad (2)$$

Подставляя различные значения E в зависимости от α и φ в формулу (1), получим целую систему волновых коэффициентов $(N = \nu l)$.

Расчеты показывают, что минимальное значение волновых коэффициентов имеет место при $\alpha = 45°$ и $\varphi = 90°$ $N = 1644\,kHz.\ мм.$ Сечение $45°\ Z$ имеет волновой коэффициент $N = 1793\ kHz.\ мм.$ Составлены таблицы волновых коэффициентов для температур $\pm 20°C$ через $10°$ для значений α и φ.

При практическом использовании того или иного сечения большую роль играет значение $Tkч$ (температурный коэффициент частоты).

Для расчета $Tkч$ можно воспользоваться формулой (1). Из формулы (1) получим выражение для подсчета $Tkч$

$$Tkч = \frac{1}{\nu}\frac{d\nu}{dT} = (\alpha_x - \alpha_z)\cos^2\varphi + \frac{\alpha_z}{2} + \frac{1}{2E}\frac{dE}{dT}, \qquad (3)$$

где α_x и α_z коэффициенты линейного растяжения кристалла по осям X и Z, T — температура °C.

На основании формулы (3) составлена таблица значений $Tkч$ для тех же температур и углов.

Таблица показывает, что нулевых значений $Tkч$ стержня не существует. Минимальные значения $Tkч$ при значении углов $\alpha = 45°$, $\varphi = 0°$, $Tkч = -40$, а для сечения $45°z$ $Tkч = -314$.

Учитывая пьезоэлектрическую возбудимость стержня к продольным колебаниям можно указать, что практически, кроме сечения $45°z$, можно употреблять сечение $\alpha = 45°$ и $\varphi = 45°$.

Для этого сечения $N = 1731$ и $Tkч = -188$.

Ф. М. АЛЕМАЙКИН
ст. преподаватель

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН ДИГИДРОФОСФАТА АММОНИЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПО ТОЛЩИНЕ

В пьезотехнике в настоящее время колебания кристаллических пластин дигидрофосфата аммония по толщине не применяются. Это вызвано тем, что у кристалла дигидро-