розв'язок рівняння (5) буде майже-періодична, якщо показники Фур'є функції $f(x, y)$ не є коренями «характеристичного» рівняння однорідного диференціального рівняння (1), і має вигляд

$$U(x, y) = \sum_{\kappa, 1} \frac{A_{\kappa, 1}}{P(\lambda_\kappa, \mu_1)} e^{i(\lambda_\kappa x + \mu_1 y)},$$

$$\text{де} \quad P(\lambda_\kappa \mu_1) = -A\lambda^2_\kappa - 1B\lambda_\kappa \mu_1 - C\mu^3{}_1 +$$

$$+ 2iD\lambda_\kappa + 2iE\mu_1 + F.$$

И. Н. ПЕСИН

О ДЛИНЕ ОДНОГО ВСЮДУ РАЗРЫВНОГО МНОЖЕСТВА ТОЧЕК

В одной из своих работ[1] В. В. Голубев указывает, что было бы интересно дать непосредственное геометрическое доказательство того, что плоское совершенное всюду разрывное канторово множество E (топологическое произведение линейных канторовых множеств) обладает бесконечной длиной[2]. Такое доказательство можно провести следующим образом. Прежде всего заметим, что E, расположенное в единичном квадрате плоскости (x, y), проектируется на всю диагональ этого квадрата. Это следует из того, что $E = \Pi E_n$, где $\{E_n\}$ — монотонно убывающая последовательность множеств, участвующих в построении множества E, каждое из которых проектируется в полную диагональ, что очевидно. Отсюда следует, что длина l множества E не может быть нулевой.

Пусть $\mathcal{E}$ — пересечение E с квадратом с вершинами $(0, 0)$, $(0, {}^1/_3)$, $({}^1/_3, {}^1/_3)$, $({}^1/_3, 0)$ l_1 — длина $\mathcal{E}$. Так как после первого разбиения единичного квадрата возникают четыре множества, конгруентные $\mathcal{E}$, то ясно, что $l = 4l_1$. С другой стороны, E получается из $\mathcal{E}$ преобразованием подобия с коэффициентом растяжения, равным 3; поэтому должно быть $l = 3l_1$ и $4l = 3l$, что невозможно при конечном нулевом l. Этим доказательство завершается.

---

[1] В. В. Голубев. Однозначные аналитические функции с совершенным множеством особых точек, 1916, стр. 149.

[2] Пусть E — всюду разрывное плоское множество; пусть σ — система простых контуров, расположенных вне друг друга, не имеющих с E общих точек и таких, что всякая точка E принадлежит внутренности одного из контуров. Длиной множества E называется нижний предел сумм длин контуров системы σ, когда диаметр контуров системы стремится к нулю.
