2. С. Н. Бернштейн. О весовых функциях. Собр. сочинений, т. II, 1954.
3. С. Н. Бернштейн. О связи квазианалитических функций с весовыми функциями. Собр. сочинений, т. II, 1954.
4. С. Н. Мергелян. Некоторые вопросы конструктивной теории функций. Труды института им. В. А. Стеклова, т. 37, 1951.

Л. М. ЗОРІЙ

ДОСТАТНІ УМОВИ СТІЙКОСТІ В ЦІЛОМУ ДЛЯ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

В роботі розглядається система рівнянь збуреного руху виду:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= F_{11}(x, y) + F_{12}(x,y), \\ \frac{dy}{dt} &= F_{21}(x, y) + F_{22}(x, y). \end{aligned} \tag{1.1}$$

Наведені достатні умови асимптотичної стійкості очевидного розв'язку $x = y = 0$ в цілому. Методом побудови функції Ляпунова доведені:

Теорема 2.1. Якщо виконуються умови

(а) $xF_{11}(x, y) = -a_{11}(x, y)x^2 < 0$ при $x \neq 0$, $y \neq 0$;
$yF_{22}(x, y) = -a_{22}(x, y)y^2 < 0$ „ „

(б) $yF_{12}(x, y) = \varphi_{12}(x)\psi_{12}(y)f(x, y)y^2 > 2$ „ „
$xF_{21}(x, y) = -\varphi_{21}(x)\psi_{21}(y)f(x, y)x^2 < 0$ „ „

(в)
$$\int_0^x \frac{\varphi_{21}(x)}{\psi_{12}(x)}xdx \to \infty \text{ при } |x| \to \infty,$$
$$\int_0^y \frac{\psi_{12}(y)}{\psi_{21}(y)}ydy \to \infty \text{ при } |y| \to \infty$$

і функції φ_{ij} та ψ_{ij} (i, $j = 1, 2$, $i \neq j$ одного знаку, то очевидний розв'язок системи (1.1) асимптотично стійкий в цілому.

Теорема 2. 2. Якщо в усьому просторі $-\infty < x < +\infty$, $-\infty < y < +\infty$ виконуються нерівності

$$F_1(x, y) \leqslant a_{11}(x, y); \quad F_2(x, y) \leqslant a_{22}(x, y),$$

причому хоча б в одній із них має місце строга нерівність, то нульовий розв'язок системи (2, 1)* асимптотично стійкий в цілому.

Розглядається ряд прикладів, з яких випливає, що наші умови в деякому розумінні є кращими, ніж наведені в роботах [4, 5, 6].

В § 3 розглядається система

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{i,j=1}^{3} F_{ij}(x_1, x_2, x_3) \quad (i,\ j = 1, 2, 3) \tag{3, 1}$$

і доводяться:

Теорема 3.1. Якщо в усьому просторі $-\infty < x_i < +\infty$ $(i = 1, 2, 3)$ виконуються умови

1) $x_i F_{ii}(x_1, x_2, x_3) = -a_{ii}(x_1, x_2, x_3)x^2_i < 0$ при $x \neq 0$ $(i = 1, 2, 3)$;

2) $x_2 F_{12}(x_1, x_2, x_3) = \quad a_{12}(x_1, x_2, x_3)x^2_2 > 0$ „ $x_2 \neq 0$;
   $x_3 F_{13}(x_1, x_2, x_3) = \quad a_{13}(x_1, x_2, x_3)x^2_3 > 0$ „ $x_3 \neq 0$;
   $x_3 F_{23}(x_1, x_2, x_3) = \quad a_{23}(x_1, x_2, x_3)x^2_3 > 0$ „ $x_3 \neq 0$;

3) $x_1 F_{21}(x_1, x_2, x_3) = -a_{12}(x_1, x_2, x_3)x^2_1 < 0$ „ $x_1 \neq 0$;
   $x_1 F_{31}(x_1, x_2, x_3) = -a_{13}(x_1, x_2, x_3)x^2_1 < 0$ „ $x_1 \neq 0$;
   $x_2 F_{32}(x_1, x_2, x_3) = -a_{23}(x_1, x_2, x_3)x^2_2 < 0$ „ $x_2 \neq 0$,

то нульовий розв'язок системи (3. 1) асимптотично стійкий в цілому.

Теорема 3. 2. Якщо для системи (3. 1) виконані умови

1) теореми 3. 1,

2) $F_{21} = -a_{21}A_{11}(x_1)x_1, \quad F_{31} = -a_{31}A_{11}(x_1)x_1,$
   $F_{12} = \quad a_{12}A_{22}(x_2)x_2, \quad F_{32} = -a_{32}A_{22}(x_2)x_2,$
   $F_{13} = \quad a_{13}A_{33}(x_3)x_3, \quad F_{23} = \quad a_{23}A_{33}(x_3)x_3,$

3) $a_{23}a_{31}a_{12} = a_{32}a_{13}a_{21},$

4) $$\lim_{|x_i| \to \infty} \int_0^{x_i} A_{ii}(x_i)\, x_i dx_i = \infty \qquad (i = 1, 2, 3),$$

де функції $A_{ii}(x_i)$ $(i = 1, 2, 3)$ додатні для довільних значень аргументів, а постійні $a_{ij} > 0$ $(i \neq j)$, то нульовий розв'язок системи (3. 1) асимптотично стійкий в цілому.

Вказано, що аналогічні теореми можна одержати для систем n рівнянь. Як приклад розглядається система, досліджена в праці [7]. Показано, що умова $c^2 - 4b > 0$ є зайвою.

ЛІТЕРАТУРА

1. В. В. Немыцкий, В. В. Степанов. Качественная теория дифференциальных уравнений. Гостеортехиздат, М.-Л. (1949).

2. Н. П. Еругин. Качественные методы в теории устойчивости. ПММ, т. XIX, вып. 5 (1955).

3. Е. А. Барбашин, Н. Н. Красовский. Об устойчивости движения в целом. ДАН СССР, т. LXXXVI, № 3 (1952).

4. Н. Н. Красовский. Теоремы об устойчивости движений, определяемых системой 2-х уравнений. ПММ, т. XVI, вып. 5 (1955).

5. Б. С. Разумихин. Об устойчивости тривиального решения систем 2-го порядка. ПММ, т. XIX, вып. 3 (1955).

6. Н. Н. Красовский. Об устойчивости движения в целом при постоянно действующих возмущениях. ПММ, т. XVIII, вып. 1 (1954).

7. В. А. Плисс. Необходимые и достаточные условия устойчивости в целом для системы n дифференциальных уравнений. ДАН СССР, т. 103, № 1 (1955).

8. И. Г. Малкин. Теория устойчивости движения. Гостеортехиздат, М.-Л. (1952).

М. П. ШЕРЕМЕТЬЕВ и Д. Г. ХЛЕБНИКОВ

УПРУГОЕ РАВНОВЕСИЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ПОДКРЕПЛЕННЫМ КРАЕМ

Рассмотрим упругую изотропную полуплоскость ($y \leqslant o$), граница которой спаяна с бесконечно длинным тонким упругим прямолинейным стержнем постоянной жесткости. Будем считать, что одна из главных осей инерции каждого поперечного сечения стержня лежит в рассматриваемой плоскости. На стержень действуют распределенные поперечная и продольная нагрузка и изгибающий момент, интенсивность которых соответственно $q(x)$, $n(x)$ и $m(x)$.

Очевидно на контуре спая ($y=o$) будут выполняться следующие условия:

$$X_y = X^o{}_y, \quad Y_y = Y^o{}_y \tag{1}$$

и

$$u = u^o, \quad v = v^o, \tag{2}$$

где через X_y, Y_y, u, v обозначены компоненты напряжения и смещения по осям координат для полуплоскости, а через $X^o{}_y$, $Y^o{}_y$, u^o, v^o — те же величины для стержня. Обозначив нормальный и касательный компоненты напряжения на контуре спая через $f(x)$ и $g(x)$, установим зависимость между $f(x)$, $g(x)$ и компонентами смещения оси стержня u^o, v^o, воспользовавшись для этой цели работой М. П. Шереметьева [1].