

ДЕЯКІ БІГАРМОНІЧНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕСКІНЧЕНОЇ СМУГИ З ПІДКРІПЛЕНИМИ КРАЯМИ

ПЛОСКИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН СМУГИ З ПІДКРІПЛЕНИМИ КРАЯМИ

Розглядається пружна ізотропна смуга ($-\infty < x < \infty$, $-h \leq y \leq h$), краї якої $y = \pm h$ спаяно з пружними тонкими стержнями однакової жорсткості, сталої по довжині стержня. У зв'язку з незначною висотою підкріплюючих стержнів припускається, що спай кожного з них із смугою має місце вздовж їх осевих ліній, тобто при $y = \pm h$. Смуга знаходиться під дією прикладеного до підкріплених країв поперечного і поздовжнього навантажень, інтенсивність яких відповідно $q^+(x)$ і $h^+(x)$ при $y = h$, $q^-(x)$ і $h^-(x)$ при $y = -h$. Задача зводиться до визначення контактних напружень на контурі спаю, нормальний і дотичний компоненти яких позначимо через $p^+(x)$, $t^+(x)$ на верхньому і $p^-(x)$, $t^-(x)$ на нижньому краях смуги.

Виходячи з умови рівності зміщень на контурі спаю, для визначення $p(x)$ і $t(x)$ одержано систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E} \left(\frac{\partial X_x}{\partial x} \right)_{y=\pm h} - \frac{\nu}{E} \left(\frac{\partial Y_y}{\partial x} \right)_{y=\pm h} &= \frac{1}{G_1} [\pm t(x) - n(x)], \\ \frac{2+\nu}{E} \left(\frac{\partial^3 X_y}{\partial x^3} \right)_{y=\pm h} - \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^3 X_x}{\partial x^2 \partial y} \right)_{y=\pm h} &= -\frac{1}{G_2} [\pm p(x) - q(x)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут E , ν — пружні постійні матеріалу смуги G_1 , G_2 — жорсткості стержнів на розтяг та згин, віднесені до товщини смуги.

При цьому величинам $p(x)$, $t(x)$, $q(x)$, $n(x)$ при $y = h$ повинен бути приписаний індекс «+», а при $y = -h$ відповідно «-». Вирази напружень у лівих частинах системи (1) через функції $p(x)$ і $t(x)$ відомі з розв'язку плоскої задачі теорії пружності для непідкріпленої смуги при заданих на границі напруженнях $p(x)$, $t(x)$.

Розв'язок системи (1) одержано методом інтегральних перетворень Фур'є. Розглянуто різні часткові випадки навантаження смуги.

При стисканні смуги зосередженими силами P , прикладеними в точках $(0, \pm h)$ і направленими по осі Y , максимальне значення напружень на контурі спаю дорівнює:

$$p_h^{\max} = -\frac{P}{\pi h} \int_0^\infty \frac{2b_1 \lambda ch^2 \lambda + sh 2\lambda + 2\lambda}{D_1(\lambda)} d\lambda, \quad (2)$$

де

$$D_1(\lambda) = \delta_1 \delta_2 [(1 - \alpha^2) \operatorname{sh} 2\lambda - 2\gamma\lambda] \lambda^4 + 2\delta_2 \lambda^3 \operatorname{sh}^2 \lambda + \\ + 2\delta_1 \lambda \operatorname{ch}^2 \lambda + \operatorname{sh} 2\lambda + 2\lambda \quad (3)$$

і

$$\delta_1 = \frac{G_1 \beta}{h}, \quad \delta_2 = \frac{G_2 \beta}{h^3}, \quad \beta = \frac{2}{E}, \quad \alpha = \frac{1-\nu}{2}, \quad \gamma = \frac{1+\nu}{2}. \quad (4)$$

Головна частина інтеграла (2), яка відповідає максимуму напружень у півплощині з підкріпленням краєм, має вигляд

$$p_{\infty}^{\max} = - \frac{P}{\pi h} \int_0^{\infty} \frac{(\delta_1 \lambda + 1) d\lambda}{\delta_1 \delta_2 (1 - \alpha^2) \lambda^4 + \delta_2 \lambda^3 + \delta_1 \lambda + 1} = - \frac{2P}{3\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{G_1 \beta (1-k)}},$$

$$\text{де } k = \begin{cases} 0 & \text{при } G_1 = 0, \\ \frac{(1-\nu)^2}{4} & \text{при } G_1 = \infty. \end{cases}$$

При цьому

$$p_h^{\max} - p_{\infty}^{\max} = 0 \left(\frac{1}{h^4} \right).$$

У випадку поперечного згину смуги з одержаних виразів для напружень у смугі виділено елементарний розв'язок, який дається формулами опору матеріалів.

Аналогічним шляхом одержується розв'язок плоскої задачі для смуги, один з країв якої спаяний з тонким пружним стержнем постійної жорсткості, а на другому задані напруження або зміщення.

Одержані результати можуть бути використані для дослідження напружень у стінках двотаврових і таврових балок, якщо останні знаходяться в умовах плоского напруженого стану.

ЗГИН ПЛАСТИНКИ-СМУГИ З ПІДКРІПЛЕНИМ КРАЄМ

Розв'язана задача згину пружної тонкої пластинки, що має форму нескінченної смуги ($-\infty < x < \infty, 0 \leq y \leq b$). Край $y=0$ пластинки защемлено, край $y=b$ спаяно з пружним тонким стержнем постійної жорсткості, який працює на згин та кручення.

Розв'язок, одержаний при довільному навантаженні, досліджений для

- а) сили, яка діє в довільній точці пластинки,
- б) моменту, прикладеного до краю.

Зокрема, коли пластинка згинається під дією зосередженої сили P , прикладеної до точки $(0, b)$, максимальні значення згинаючого моменту і прогину визначаються формулами

$$w_{\max} = \kappa_1 \frac{Pb^2}{\pi D}, \quad M_y^{\max} = -\kappa_2 P,$$

де D — циліндрична жорсткість пластинки. Коефіцієнти κ_1 і κ_2 , що виражають вплив підкріплюючого стержня, підраховані для різних значень жорсткостей стержня.

Розв'язок цієї задачі може бути використаний, наприклад, для визначення напружень від місцевого згину пояска деяких типів підкранових балок біля точок завантаження пояска зосередженими реакціями коліс кранового візка.

О. С. КОВАНЬКО

ПРО ОДИН КРИТЕРІЙ КОМПАКТНОСТІ СИСТЕМ $\tilde{B}$ І B_p МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Питання компактності систем $\tilde{B}$ і B_p майже періодичних функцій було розв'язане в нашій статті [1] у відповідних сенсах збіжності. Згідно з новим визначенням $\tilde{B}$ майже періодичних функцій [2] можна дати інший критерій компактності в іншому сенсі збіжності.

Введемо такі позначення: нехай $f(x) \in L_p$, $\varphi(x) \in L_p$ ($-\infty < x < +\infty$); E — вимірنا множина на $(-\infty < x < +\infty)$;

$$\delta_B E = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|E(-T, +T)|}{2T};$$

$$D_{B_p}^E(f(x), \varphi(x)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{E(-T, +T)} |f(x) - \varphi(x)|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}}.$$

Визначення І (Фольнер). Вимірна функція $f(x)$ ($-\infty < x < +\infty$) називається KB майже періодичною (KB м.п.); якщо довільним $\varepsilon > 0$ та $\eta > 0$ ($\eta < 1$):

1) відповідає відносно щільна множина майже періодів $\{\tau\}$ та вимірна множина $E \subset (-\infty < x < +\infty)$, що $|f(x + \tau) - f(x)| < \varepsilon$, якщо $x \in E$, $x + \tau \in E$;

2) існує множина $Z \subset (-\infty < x < +\infty)$, ($\delta_B Z = 1$), що $f(x)$ скінченна для $x \in Z$.

Теорема І [2] [3] (Фольнер). Клас KB м. п. функцій співпадає з класом $\tilde{B}$ м. п. функцій, тобто довільним $\varepsilon > 0$ і