

Т. Л. МАРТИНОВИЧ

ЗГИН ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З ТРИКУТНИМ ОТВОРОМ, ПІДКРІПЛЕНИМ ПРУЖНИМ КІЛЬЦЕМ

Розглянемо безконечну ізотропну пластинку, ослаблену трикутним отвором, край якого підкріплений тонким пружним кільцем з нерівними жорсткостями на згин і кручення.

Для простоти обчислень, не порушуючи загальності методу розв'язування, будемо рахувати, що пластинка і кільце вільні від дії зовнішніх зусиль, а зусилля на безконечності обмежені, $P_z=0$. Початок координат виберемо в центрі трикутного отвору, вісь ox направимо вздовж бісектриси кута.

Функцію $\omega(\zeta)$ візьмемо у вигляді [4]

$$\omega(\zeta) = R \left(\zeta + \frac{m}{\zeta^2} \right), \quad (1)$$

яка при $m = \frac{1}{3}$ відображає зовнішність трикутного отвору із закругленими кутами на зовнішність одиничного кола, вважаючи при цьому, що пластинка спаяна з кільцем вздовж вісі кільця. Радіус закруглення кутів криволінійного трикутного отвору буде $r = \frac{1}{21} R$, де $R = \frac{3}{2} H$; H — висота трикутного отвору.

Функції $\varphi(\zeta)$ і $\psi(\zeta)$, що характеризують напружений стан пластинки в перетвореній області, матимуть слідуючий вигляд:

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta) &= -\frac{AR}{4D(1+\nu)} \zeta + \varphi_0(\zeta); \\ \psi(\zeta) &= \frac{BR}{2D(1-\nu)} \zeta + \psi_0(\zeta), \end{aligned} \quad (2)$$

де ν — коефіцієнт Пуассона; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ — циліндрична жорсткість пластинки;

$$\varphi_0(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \zeta^{-n}; \quad \psi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \zeta^{-n} \quad (3)$$

Значення постійних A і B приведені в слідуючій таблиці:

	$A = M_{x\infty} + M_{y\infty}$	$B = M_{y\infty} - M_{x\infty}$
$M_{x\infty} = M_{y\infty} = M, H_{xy\infty} = 0$	$2M$	0
$M_{x\infty} = 0$ або $M_{y\infty} = 0, H_{xy\infty} = 0$	M	$\pm M$
$M_{x\infty} = M_{y\infty} = 0, H_{xy\infty} = H$	0	$2iH$

Враховуючи рівності (1) і (2), задача, як показано в роботі [3], зводиться до знаходження функцій $\varphi_0(\zeta)$ і $\psi_0(\zeta)$, голоморфних в області пластинки, із граничних умов

$$U'(\sigma) - \kappa_1 R_0 \frac{1}{\sigma} U(\sigma) - \kappa'_1 R_0 \overline{U(\sigma)} \frac{1 - 2m\sigma^3}{\sigma^3 - 2m} = \kappa_1 (|\omega'(\sigma)| - R_0) \frac{1}{\sigma} U(\sigma) + \\ + \kappa'_1 (|\omega'(\sigma)| - R_0) \overline{U(\sigma)} \frac{1 - 2m\sigma^3}{\sigma^3 - 2m} + (1 - \kappa) \overline{\varphi'_0(\sigma)} \frac{1}{\sigma^2} + \frac{AR(\kappa - 1)}{4D(1 + \nu)} \frac{1}{\sigma^2}; \quad (4)$$

$$\kappa \overline{\varphi_0(\sigma)} + \frac{\sigma^3(1 + m\sigma^3)}{\sigma^3 - 2m} \varphi'_0(\sigma) + \psi_0(\sigma) = U(\sigma) + \frac{AR\kappa}{4D(1 + \nu)} \frac{1}{\sigma} + \\ + \frac{AR}{4D(1 + \nu)} \frac{\sigma^2(1 + m\sigma^3)}{\sigma^3 - 2m} - \frac{BR}{2D(1 - \nu)} \sigma, \quad (5)$$

де

$$\kappa = -\frac{3 + \nu}{1 - \nu}; \quad \kappa_1 = \frac{(\alpha + 1)(1 - \nu)D}{2C}, \quad \kappa'_1 = \frac{(\alpha - 1)(1 - \nu)D}{2C}; \quad C = \alpha A;$$

A — жорсткість кільця на згин, C — жорсткість кільця на кручення.

Функцію $U(\sigma)$, яка входить в контурні умови (4) і (5), будемо визначати методом послідовних наближень.

Поклавши $|\omega'(\sigma)| = R_0$, одержимо рівність для визначення нульового наближення

$$U^{(0)'}(\sigma) - \frac{\kappa_1 R_0}{\sigma} U^{(0)}(\sigma) - \kappa'_1 R_0 \overline{U^{(0)}(\sigma)} \frac{1 - 2m\sigma^3}{\sigma^3 - 2m} = (1 - \kappa) \overline{\varphi'_0(\sigma)} \frac{1}{\sigma^2} + \\ + \frac{AR(\kappa - 1)}{4D(1 + \nu)} \frac{1}{\sigma^2}. \quad (6)$$

Із рівності (5) випливає, що функцію $U(\sigma)$ можна подати у вигляді

$$U(\sigma) = U_1(\sigma) + U_2(\sigma), \quad (7)$$

де

$$U_1(\sigma) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \sigma^n; \quad U_2(\sigma) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sigma^{-n}.$$

Далі скористуємось прийомом, запропонованим М. П. Шереметевим при розгляді пружної рівноваги еліптичного кільця (плоска задача) [2].

Помножимо рівність (6) на $\frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{d\sigma}{\sigma - \xi}$ і проінтегруємо її по γ при $|\xi| < 1$ і $|\xi| > 1$. В результаті інтегрування одержимо

$$U_1^{(0)'}(\xi) - \frac{\kappa_1 R_0}{\xi} U_1^{(0)}(\xi) - \kappa'_1 R_0 \bar{U}_2^{(0)}\left(\frac{1}{\xi}\right) \frac{1 - 2m\xi^3}{\xi^3 - 2m} + \kappa_1 R_0 \alpha_0^{(0)} \frac{1}{\xi} +$$

$$+ 2m R_0 \kappa'_1 \bar{\alpha}_0^{(0)} = (1 - \kappa) \bar{\varphi}'_0 \left(\frac{1}{\xi}\right) \frac{1}{\xi^2} - \frac{\kappa'_1 R_0 (1 - 4m^2) S_1}{3\sqrt[3]{4m^2}} \frac{\xi^2}{\xi^3 - 2m} -$$

$$- \frac{\kappa'_1 R_0 (1 - 4m^2) S_2}{3\sqrt[3]{2m}} \frac{\xi}{\xi^3 - 2m} - \frac{\kappa'_1 R_0 (1 - 4m^2) S_3}{3} \frac{1}{\xi^3 - 2m} \quad (|\xi| < 1); \quad (8)$$

$$U_2^{(0)'}(\xi) - \frac{\kappa_1 R_0}{\xi} U_2^{(0)}(\xi) - \kappa'_1 R_0 \bar{U}_1^{(0)}\left(\frac{1}{\xi}\right) \frac{1 - 2m\xi^3}{\xi^3 - 2m} - \kappa_1 R_0 \alpha_0^{(0)} \frac{1}{\xi} -$$

$$- 2m \kappa'_1 R_0 \bar{\alpha}_0^{(0)} = \frac{AR(\kappa - 1)}{4D(1 + \nu)} \frac{1}{\xi^2} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1 - 4m^2) S_1}{3\sqrt[3]{4m^2}} \frac{\xi^2}{\xi^3 - 2m} +$$

$$+ \frac{\kappa'_1 R_0 (1 - 4m^2) S_2}{3\sqrt[3]{2m}} \frac{\xi}{\xi^3 - 2m} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1 - 4m^2) S_3}{3} \frac{1}{\xi^3 - 2m} \quad (|\xi| > 1). \quad (9)$$

Тут позначено

$$S_1 = \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_1}\right) - \frac{(1 - i\sqrt{3})}{2} \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_2}\right) - \frac{(1 + i\sqrt{3})}{2} \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_3}\right);$$

$$S_2 = \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_1}\right) - \frac{(1 + i\sqrt{3})}{2} \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_2}\right) - \frac{(1 - i\sqrt{3})}{2} \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_3}\right); \quad (10)$$

$$S = \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_1}\right) + \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_2}\right) + \bar{U}_2\left(\frac{1}{\sigma_3}\right),$$

де

$$\sigma_1 = \sqrt[3]{2m}, \quad \sigma_2 = -\frac{\sqrt[3]{2m}}{2} (1 - i\sqrt{3}), \quad \sigma_3 = -\frac{\sqrt[3]{2m}}{2} (1 + i\sqrt{3}).$$

Із властивостей інтегралів типу Коші випливає, що рівність (8) представляє функцію змінної ξ , регулярну в середині γ , а рівність (9) — регулярну зовні γ , включаючи і безконечно віддалену точку.

Розкладаючи в ряд вирази, які входять в рівність (8), по додатним степеням ξ , а вирази, які входять в рівність (9), по від'ємним степеням ξ , враховуючи при цьому (3) і (4), матимемо

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n + 1 - R_0 \kappa_1) \alpha_{n+1}^{(0)} \xi^n - \kappa'_1 R_0 (4m^2 - 1) \sum_{n=4}^{\infty} \left\{ \sum_{\kappa=3,6,\dots}^{n-1} (2m)^{-\frac{\kappa+3}{3}} \bar{\beta}_{n-\kappa}^{(0)} \right\} \xi^n +$$

$$+ \frac{\kappa'_1 R_0}{2m} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\beta}_n^{(0)} \xi^n + 2m \kappa'_1 R_0 \bar{\alpha}_0^{(0)} = (\kappa - 1) \sum_{n=0}^{\infty} (n + 1) \bar{\alpha}_{n+1}^{(0)} \xi^n +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_1}{3 \sqrt[3]{4m^2}} \sum_{n=2,5,\dots}^{\infty} (2m)^{-\frac{n+1}{3}} \zeta^n + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_2}{3 \sqrt[3]{2m}} \sum_{n=1,4,\dots}^{\infty} (2m)^{-\frac{n+2}{3}} \zeta^n + \\
& + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_3}{3} \sum_{n=0,3,6,\dots}^{\infty} (2m)^{-\frac{n+3}{3}} \zeta^n; \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=2}^{\infty} (1-n-\kappa_1 R_0) \beta_{n-1}^{(0)} \zeta^{-n} - \kappa'_1 R_0 (1-4m^2) \sum_{n=3}^{\infty} \left\{ \sum_{\kappa=3,6,\dots}^n (2m)^{-\frac{\kappa-3}{3}} \bar{\alpha}_{n-\kappa}^{(0)} \right\} \zeta^{-n} + \\
& + 2m \kappa'_1 R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\alpha}_n^{(0)} \zeta^{-n} - \kappa_1 R_0 \alpha_0^{(0)} \frac{1}{\zeta} = \frac{AR(\kappa-1)}{4D(1+\nu)} \frac{1}{\zeta^2} + \\
& + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_1}{3 \sqrt[3]{4m^2}} \sum_{n=1,4,\dots}^{\infty} (2m)^{-\frac{n-1}{3}} \zeta^{-n} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_2}{3 \sqrt[3]{2m}} \sum_{n=2,5,\dots}^{\infty} (2m)^{-\frac{n-2}{3}} \zeta^{-n} + \\
& + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_3}{3} \sum_{n=3,6,\dots}^{\infty} (2m)^{-\frac{n-3}{3}} \zeta^{-n}. \quad (12)
\end{aligned}$$

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях ζ в рівностях (11) і (12), одержимо дві безконечні системи лінійних алгебраїчних рівнянь трикутного вигляду для визначення коефіцієнтів $\alpha_n^{(0)}$ і $\beta_n^{(0)}$

$$\begin{aligned}
(1 - \kappa_1 R_0) \alpha_1^{(0)} + 2m \kappa'_1 R_0 \bar{\alpha}_0^{(0)} &= (\kappa - 1) \bar{\alpha}_1^{(0)} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_3}{6m}; \\
(2 - \kappa_1 R_0) \alpha_2^{(0)} + \frac{\kappa'_1 R_0}{2m} \bar{\beta}_1^{(0)} &= 2(\kappa - 1) \bar{\alpha}_2^{(0)} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_2}{6m \sqrt[3]{2m}}; \\
(3 - \kappa_1 R_0) \alpha_3^{(0)} + \frac{\kappa'_1 R_0}{2m} \bar{\beta}_2^{(0)} &= 3(\kappa - 1) \bar{\alpha}_3^{(0)} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_1}{6m \sqrt[3]{4m^2}}; \\
(4 - \kappa_1 R_0) \alpha_4^{(0)} + \frac{\kappa'_1 R_0}{2m} \bar{\beta}_3^{(0)} &= 4(\kappa - 1) \bar{\alpha}_4^{(0)} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_3}{12m^2}. \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2m \kappa'_1 R_0 \bar{\alpha}_1^{(0)} - \kappa_1 R_0 \alpha_0^{(0)} &= \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_1}{3 \sqrt[3]{4m^2}}; \\
-(1 + \kappa_1 R_0) \beta_1^{(0)} + 2m \kappa'_1 R_0 \bar{\alpha}_2^{(0)} &= \frac{AR(\kappa-1)}{4D(1+\nu)} + \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_2}{3 \sqrt[3]{2m}}; \\
-(2 + \kappa_1 R_0) \beta_2^{(0)} + 2m \kappa'_1 R_0 \bar{\alpha}_3^{(0)} - \kappa'_1 R_0 (1-4m^2) \bar{\alpha}_0^{(0)} &+ \frac{\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) S_3}{3}; \\
-(3 + \kappa_1 R_0) \beta_3^{(0)} + 2m \kappa'_1 R_0 \bar{\alpha}_4^{(0)} - \kappa'_1 R_0 (1-4m^2) \bar{\alpha}_1^{(0)} &= \frac{2\kappa'_1 R_0 (1-4m^2) m S_1}{3 \sqrt[3]{4m^2}}. \quad (14)
\end{aligned}$$

Параметри S_1 , S_2 і S_3 , які входять в системи (13) і (14), на основі співвідношень (7) і (10) легко виражаються через коефіцієнти β_n

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 1 - (-1)^n \left[\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2} \right)^{n+1} + \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2} \right)^{n+1} \right] \right\} \bar{\beta}_n (2m)^{\frac{n}{3}}; \\ S_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 1 - (-1)^n \left[\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2} \right)^{n-1} + \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2} \right)^{n-1} \right] \right\} \bar{\beta}_n (2m)^{\frac{n}{3}}; \\ S_3 &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 1 + (-1)^n \left[\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2} \right)^n + \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2} \right)^n \right] \right\} \bar{\beta}_n (2m)^{\frac{n}{3}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Як видно із систем (13) і (14), всі $\alpha_n^{(0)}$ і $\beta_n^{(0)}$ послідовно визначаються безпосередньо через коефіцієнти $\alpha_n^{(0)}$ функції $\varphi_0(\zeta)$, для визначення яких використаємо умову (5). Для цього помножимо рівність (5) на $\frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta}$ і проінтегруємо по γ при $|\zeta| < 1$ і $|\zeta| > 1$. В результаті інтегрування одержимо

$$\kappa \bar{\varphi}_0 \left(\frac{1}{\zeta} \right) - a_1^{(0)} m = U_1^{(0)}(\zeta) + \frac{ARm}{4D(1+\nu)} \zeta^2 - \frac{BR}{2D(1-\nu)} \zeta \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta^2(1+m\zeta^3)}{\zeta^3-2m} \varphi'_0(\zeta) + m a_1^{(0)} + \psi_0(\zeta) = U_2^{(0)}(\zeta) + \\ & + \frac{AR\kappa}{4D(1+\nu)} \frac{1}{\zeta} + \frac{AR}{4D(1+\nu)} \frac{\zeta^2(1+m\zeta^3)}{\zeta^3-2m} - \frac{ARm}{4D(1+\nu)} \zeta^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Підставимо в (16) замість $\bar{\varphi}_0 \left(\frac{1}{\zeta} \right)$ і $U_1^{(0)}(\zeta)$ їх вирази із (3) і (7) і прирівняємо коефіцієнти при однакових степенях ζ , при цьому матимемо

$$\begin{aligned} \kappa \bar{a}_0^{(0)} - m a_1^{(0)} &= a_0^{(0)}; \\ \kappa \bar{a}_1^{(0)} &= a_1^{(0)} - \frac{BR}{2D(1-\nu)}; \\ \kappa \bar{a}_2^{(0)} &= a_2^{(0)} + \frac{ARm}{4D(1+\nu)}; \\ \kappa \bar{a}_n^{(0)} &= a_n^{(0)} \quad (n \geq 3). \end{aligned} \quad (18)$$

Розв'язуючи сумісно системи (13), (14) і (18), знайдемо коефіцієнти $\alpha_n^{(0)}$, $\alpha_n^{(0)}$ і $\beta_n^{(0)}$ розкладу функцій $\varphi_0(\zeta)$ і $U(\zeta)$ в нульовому наближенні; функцію $\psi_0(\zeta)$ знаходимо із рівності (17).

Параметри S_1 , S_2 і S_3 , які ввійдуть у вирази шуканих коефіцієнтів, визначаються із умови (15).

При знаходженні першого і слідуєчих наближень для простоти викладок приймемо, що

$$|\omega'(\sigma)| = R \sqrt{1 + 4m^2 - 2m \left(\sigma^3 + \frac{1}{\sigma^3} \right)} \approx R_0 - \lambda \left(\sigma^3 + \frac{1}{\sigma^3} \right), \quad (19)$$

де
$$R_0 = \frac{R(1+2m+4m^2)}{1+2m}; \quad \lambda = \frac{mR}{1+2m}.$$

Підставляючи рівність (19) і знайдену в нульовому наближенні функцію $U^{(0)}(\sigma)$ в праву частину контурної умови (4), одержимо рівність для визначення функції $U(\sigma)$ в першому наближенні

$$U^{(1)'}(\sigma) - \kappa_1 R_0 \frac{1}{\sigma} U^{(1)}(\sigma) - \kappa'_1 R_0 \overline{U^{(1)}(\sigma)} \frac{1-2m\sigma^3}{\sigma^3-2m} = (1-\kappa) \overline{\varphi'_0(\sigma)} \frac{1}{\sigma^2} + \\ + \frac{AR(\kappa-1)}{4D(1+\nu)} \frac{1}{\sigma^2} - \kappa_1 \lambda \left(\sigma^3 + \frac{1}{\sigma^3} \right) \frac{1}{\sigma} U^{(0)}(\sigma) - \kappa'_1 \lambda \left(\sigma^3 + \frac{1}{\sigma^3} \right) \overline{U^{(0)}(\sigma)} \frac{1-2m\sigma^3}{\sigma^3-2m}. \quad (20)$$

Далі поступаємо так само як і при знаходженні нульового наближення. В результаті одержимо безконечні системи трикутного вигляду лінійних алгебраїчних рівнянь відносно $\alpha_n^{(1)}$ і $\beta_n^{(1)}$ аналогічні системам (13) і (14), в праві частини яких додатково будуть входити тільки деякі відомі доданки. Розв'язуючи одержані таким способом системи сумісно із системою (18), замінивши в останній відповідно $\alpha_n^{(0)}$ і $\alpha_n^{(1)}$ через $\alpha_n^{(1)}$ і $\alpha_n^{(1)}$, визначимо коефіцієнти розкладу функцій $\varphi_0(\zeta)$ і $U(\zeta)$ в першому наближенні; функцію $\psi_0(\zeta)$ визначимо із рівності (17).

Аналогічно знаходимо слідуючі наближення. Побудований процес послідовних наближень збігається рівномірно.

У випадку рівних жорсткостей кільця на згин і кручення $\kappa'_1=0$ і системи (13) і (14) значно спрощуються і дають можливість одержати функції $\varphi(\zeta)$ і $\psi(\zeta)$ для будь-якого наближення в замкнутій формі. В нульовому наближенні

$$\varphi^{(0)}(\zeta) = -\frac{AR}{4D(1+\nu)} \zeta + a_1^{(0)} \frac{1}{\zeta} + a_2^{(0)} \frac{1}{\zeta^2}; \\ \psi^{(0)}(\zeta) = \frac{BR}{2D(1-\nu)} \zeta - \frac{\zeta^2(1+m\zeta^3)}{\zeta^3-2m} \varphi_0^{(0)'}(\zeta) + \frac{AR(1+\kappa\kappa)}{4D(1+\nu)(1+\kappa)} \frac{1}{\zeta} + \\ + \frac{AR}{4D(1+\nu)} \frac{\zeta^2(1+m\zeta^3)}{\zeta^3-2m} - \frac{ARm}{4D(1+\nu)} \zeta^2 \quad (21)$$

де

$$\varphi_0^{(0)}(\zeta) = a_1^{(0)} \frac{1}{\zeta} + a_2^{(0)} \frac{1}{\zeta^2}; \quad Q_1^{(0)} = -\frac{\overline{BR}(1-\kappa)}{2D(1-\nu)_2(1-\kappa\kappa)}; \\ a_2^{(0)} = \frac{ARm(2-\kappa)}{4D(1+\nu)(2-\kappa\kappa)}; \quad \kappa = \kappa_1 R_0.$$

В першому наближенні

$$\varphi^{(1)}(\zeta) = \varphi^{(0)}(\zeta) + \varphi_1(\zeta); \quad \psi^{(1)}(\zeta) = \psi^{(0)}(\zeta) + \psi_1(\zeta), \quad (22)$$

де $\varphi^{(0)}(\zeta)$ і $\psi^{(0)}(\zeta)$ — функції напруження в нульовому наближенні (21), а $\varphi_1(\zeta)$ і $\psi_1(\zeta)$ мають вигляд

$$\varphi_1(\zeta) = -\frac{\kappa\lambda}{R_0} \left[\frac{\beta_1^{(0)}}{2-\kappa\kappa} \frac{1}{\zeta^2} + \frac{\overline{\alpha}_1^{(0)}}{4-\kappa\kappa} \frac{1}{\zeta^4} + \frac{\alpha_2^{(0)}}{5-\kappa\kappa} \frac{1}{\zeta^5} \right];$$

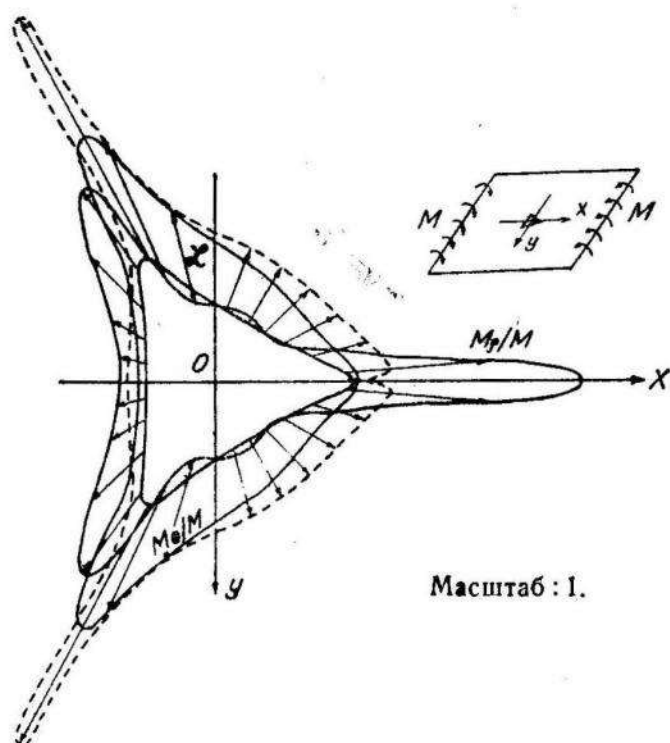


Рис. 1.

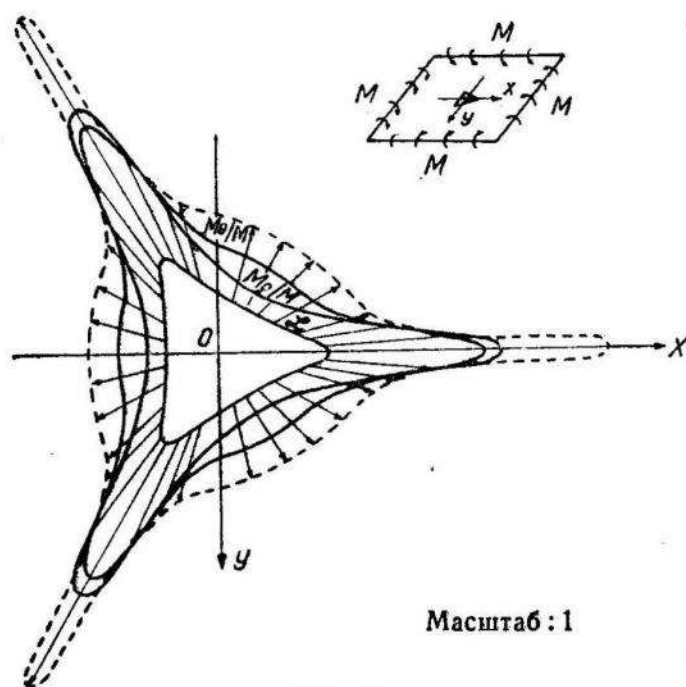


Рис. 2.

$$\psi_1(\zeta) = -\frac{\zeta^2(1+m\zeta^3)}{\zeta^3-2m}\varphi'_1(\zeta) + \frac{\kappa\lambda}{R_0}\left[\frac{\alpha_2^{(0)}}{1+\kappa}\frac{1}{\zeta} + \frac{\alpha_1^{(0)}}{2+\kappa}\frac{1}{\zeta^2} + \frac{\beta_1^{(0)}}{4+\kappa}\frac{1}{\zeta^4}\right],$$

де

$$\alpha_1^{(0)} = \frac{\kappa-1}{1-\kappa}\bar{a}_1^{(0)}, \quad \alpha_2^{(0)} = \frac{2(\kappa-1)}{2-\kappa}\bar{a}_2^{(0)}; \quad \beta_1^{(0)} = -\frac{AR(\kappa-1)}{4D(1+\nu)(1+\kappa)}.$$

По функціям напруження (22) підраховані згинаючі моменти M_r і M_φ при чистому і односторонньому згині.

На рис. 1 приведений графік розподілу згинаючих моментів M_r і M_φ по контуру спаю пластинки з кільцем при односторонньому згині при $\nu = \frac{1}{3}$, $m = \frac{1}{3}$ і $\kappa = 1,22$.

На рис. 2 приведений графік розподілу згинаючих моментів M_r і M_φ по контуру спаю пластинки з кільцем при чистому згині, при $\nu = \frac{1}{3}$, $m = \frac{1}{3}$ і $\kappa = 0,867$.

Пунктирна лінія на рис. 1 і 2 характеризує розподіл згинаючих моментів M_φ по контуру трикутного отвору в пластинці без підкріплення при тих же даних і взята із монографії Г. М. Савіна [4].

Підрахунки показали, що значення моментів першого наближення відрізняються від відповідних значень моментів другого наближення в точках найбільшої кривизни не більше ніж на 3,93%, що говорить про хорошу збіжність послідовних наближень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ш е р е м е т ь е в М. П. Изгиб тонких плит с подкрепленным краем. Укр. мат. журн., № 1, 1953.
2. Ш е р е м е т ь е в М. П. Упругое равновесие эллиптического кольца. ПММ, т. XVII, в. I, 1953.
3. Ш е р е м е т ь е в М. П. і М а р т и н о в и ч Т. Л. Згин нескінченної пластинки, ослабленої еліптичним отвором, край якого підкріплений тонким пружним кільцем. Прикладна механіка, т. III, в. 2, 1957.
4. С а в и н Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. Гостехиздат, 1951.