

С. А. ГРАЧ

ТЕОРЕТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК І ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ДЕЯКИХ ЗАДАЧ ПРО ЗГИН ПЛИТ З ПІДКРІПЛЕНИМИ КРАЯМИ

В ряді робіт [2, 3, 4], присвячених розрахунку плит з ребрами жорсткості, нехтують дією зусиль, що виникають в серединній площині цих плит, а також звертаються до інших припущень і гіпотез.

Тому являє інтерес експериментальна перевірка застосування вищезгаданих теоретичних рішень.

В даній статті експериментально підтверджується практична при-

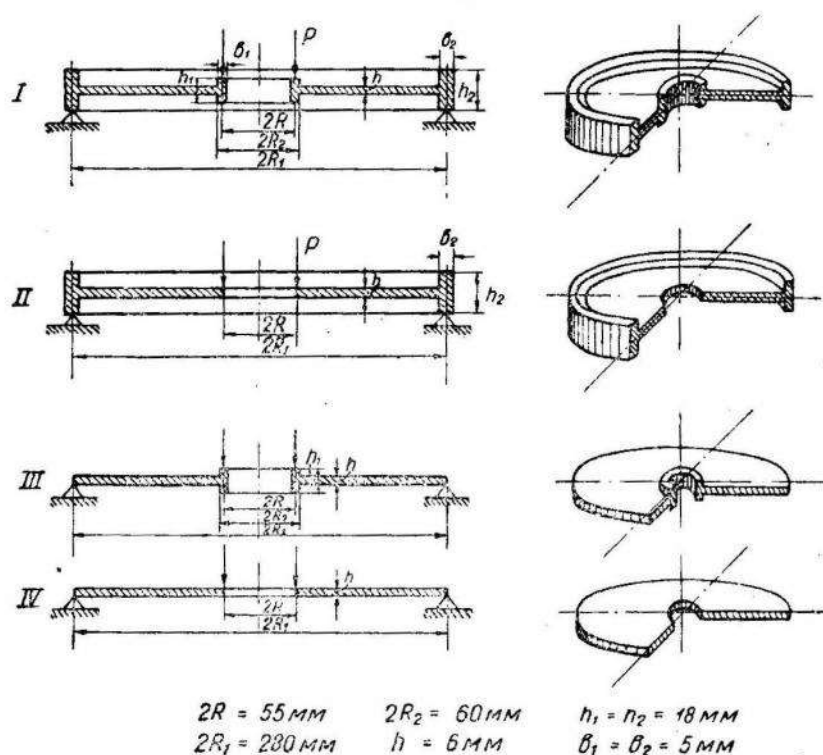


Рис. 1.

датність теорії розрахунку круглих плит, підкріплених концентричними ребрами жорсткості.

Розглянемо, як загальний приклад круга пластинку, послаблену отвором, края якого зміцнені тонкими пружними кільцевими ребрами жорсткості постійного поперечного перерізу (див. рис. 1).

Пластинка вільно опирається по зовнішньому контуру 1, навантажена рівномірно по колу радіуса R поперечними зусиллями.

В прикладі, що розглядається, прогини W залежать тільки від радіуса і мають вигляд [1]

$$W = C_1 \ln \frac{r}{R} + C_2 \frac{r^2}{R^2} \ln \frac{r}{R} + C_3 + C_4 \frac{r^2}{R^2}, \quad (1)$$

де C_1, C_2, C_3, C_4 — постійні коефіцієнти, які визначаються з наступних граничних умов [2]:

$$\frac{d^3 W}{dr^3} + \frac{\mu - \delta_1}{R} \cdot \frac{dW}{dr} = 0 \quad \text{при } r = R; \quad (2)$$

$$D \frac{d}{dr} \left(\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dW}{dr} \right) = P \quad \text{при } r = R; \quad (3)$$

$$\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{\mu + \delta_2}{R_1} \cdot \frac{dW}{dr} = 0 \quad \text{при } r = R_1; \quad (4)$$

$$W = 0 \quad \text{при } r = R_1; \quad (5)$$

де $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ — циліндрична жорсткість пластинки при згині;

$\delta_1 = \frac{E_1 I_1}{RD}$ — відносна жорсткість на згин внутрішнього підкріплюючого кільця;

$\delta_2 = \frac{E_2 I_2}{R_1 D}$ — відносна жорсткість на згин зовнішнього підкріплюючого кільця;

E_1 і E_2 — модулі пружності матеріалів, з яких виготовлені відповідні ребра жорсткості;

I_1 і I_2 — моменти інерції площин поперечних перерізів відповідних кільцевих ребер жорсткості.

Підставляючи рівняння (1) в (2)–(5), одержуємо систему чотирьох рівнянь, звідки визначаємо

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{C_2}{(\mu - \delta_1 - 1)} \left[\frac{A}{B} (\mu - \delta_1 + 1) - (\mu - \delta_1 + 3) \right]; \\ C_2 &= \frac{PR^2}{8\pi D}; \\ C_3 &= \frac{C_2}{(\mu - \delta_1 - 1)} \left\{ \left[(\mu - \delta_1 + 3) - \eta^2 (\mu - \delta_1 - 1) - \frac{A}{B} (\mu - \delta_1 + 1) \right] \ln \eta + \frac{A}{2B} \eta^2 (\mu - \delta_1 - 1) \right\}; \\ C_4 &= C_2 \frac{A}{2B}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де

$$\left. \begin{aligned} A &= \eta^2 (\mu - \delta_1 - 1) [2 \ln \eta (\mu + \delta_2 + 1) + (\mu + \delta_2 + 3)] - (\mu - \delta_1 + 3)(\mu + \delta_2 - 1); \\ B &= \eta_2 (\mu - \delta_1 - 1) (1 + \mu + \delta_2) - (\mu - \delta_1 + 1)(\mu + \delta_2 - 1), \\ \eta &= \frac{R_1}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Підставляючи значення знайдених коефіцієнтів в (1), маємо

$$W = \frac{P}{8\pi D} \left\{ \left[(\mu - \delta_1 + 3) - \frac{A}{B} (\mu - \delta_1 + 1) \right] \frac{R^2 \ln \frac{R_1}{r}}{(\mu - \delta_1 - 1)} + \right. \\ \left. + (R_1^2 - r^2) \left(\frac{A}{2B} + \ln R \right) + r^2 \ln r - R_1^2 \ln R_1 \right\}.$$

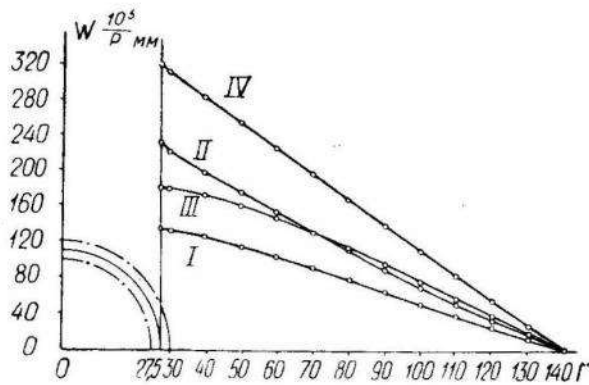


Рис. 2.

ходимо рішення для круглої пластинки постійного перерізу, ослабленої круговим отвором і навантаженої перетинаючими силами P , рівномірно розподіленими по внутрішньому краю радіуса R [1].

У випадку, коли круглі плити не ослаблені отворами, поклавши в нашому основному рівнянні (8), що $\delta_1 = \delta'_1$, де $\delta'_1 = \delta_1 + (1 + \mu)$, одержимо також цілий ряд інших часткових випадків.

Для нашої задачі відповідні моменти, вигинаючі плиту в радіальному і тангенціальному напрямках, будуть виражатися

$$M_r = -\frac{D}{R^2} \left\{ C_2 \left[2(1 + \mu) \ln \frac{r}{R} + \mu + 3 \right] + \frac{C_1 R}{r^2} (\mu r - R) + 2C_4 (1 + \mu) \right\}. \quad (9)$$

$$M_\theta = -\frac{D}{R^2} \left\{ C_2 \left[2(1 + \mu) \ln \frac{r}{R} + 3\mu + 1 \right] + \frac{C_1 R}{r^2} (r - \mu R) + 2C_4 (1 + \mu) \right\}. \quad (10)$$

На рис. 2 приведені криві теоретичних значень прогинів для всіх задач, вказаних на рис. 1, де наочно видно вплив кільцевих зусиль на прогин плит.

Деякі важливі для практики випадки можна одержати як часткові з даної загальної формули (8). Так, наприклад, при $\delta_2 = 0$ одержуємо рішення задачі про згин плити з підкріпленням внутрішнім краєм [4]. Якщо $\delta_1 = 0$, а $\delta_2 \neq 0$, одержуємо рішення тієї ж задачі для випадку підкріплення лише зовнішнього краю плити. При $\delta_1 = \delta_2 = \infty$ маємо рішення для випадку жорсткості затиснутого краю плити [1], і нарешті, коли $\delta_1 = \delta_2 = 0$, зна-

Максимальні деформації на поверхні внутрішнього кільцевого ребра жорсткості ε_{θ}^0 легко підрахувати по формулі [3]

$$\varepsilon_{\theta}^0 = \frac{-6 h_1 (M_{\theta} - \mu M_r)}{E h^3}.$$

Для осесиметричних задач ця формула може бути приведена до більш простого вигляду [5]

$$\varepsilon_{\theta}^0 = \frac{6 R M_r}{b h_1^2 E} = \frac{6 R \delta_1 M_{\theta}}{b h_1^2 E (1 + \mu \delta_1 - \mu^2)}.$$

Тут M_r і M_{θ} — віднесені до одиниці довжини згинаючі моменти на поверхні плити при $r=R$, відповідно по коловому і по діаметральному перетину пластинки.

Об'єктом дослідження була мартенівська листова сталь марки 3 товщиною в 22 мм у відпаленому стані. Хімічний склад сталі (в %): C — 0,19; Si — 0,065; Mn — 0,36; S — 0,028; P — 0,033.

Механічні властивості сталі в відпаленому стані:

Тип зразка	Границя міцності $\sigma_B \left(\text{в } \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2} \right)$	Границя текучості $\sigma_s \left(\text{в } \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2} \right)$	Відносне видовження δ (в %)	Відносне поперечне звуження ψ (в %)	Твердість по Бринелю H_B
Гагарина	45,98	25,11	$\delta_5 = 33,06$	35,83	124
Нормальний	44,75	23,87	$\delta_{10} = 32,96$	37,50	—

Диски після відпалення і токарної обробки підлягали шліфуванню до потрібних розмірів, причому був встановлений слідуючий режим різання при зніманні останньої стружки: подача — 0,2 мм і глибина різання — 0,2 мм. Після шліфовки диски не мали дефектів на поверхні (подрапин, ризок та ін.). Припущені відхилення від розмірів $\pm 0,1$ мм.

Припущена різниця найбільшої та найменшої товщини по діаметру $\pm 0,01$ мм. Розміри дисків приведені на рис. 1.

Пружні константи, модуль пружності — E і коефіцієнт Пуассона μ для цієї ж сталі в відпаленому стані були визначені механічними тензометрами і дротяними тензодатчиками на дослідних машинах ИМ-4Р і з динамометрами на УИМ-50, середні значення яких виявились $\mu=0,285$ та $E=2,0 \cdot 10^6$ кг/см².

Для проведення дослідної перевірки цих плит на згин був виготовлений спеціальний стенд, що складався з суцільно витягнутої товстої труби, торцеві площини якої гладко відшліфовані, причому торцева площа загострена по колу радіуса R , являючись нижньою кільцевою опорою для круглих дисків при їх дослідженні.

В трубі рівномірно по колу вмонтовані три прогиноміри під кутом 120° один до одного. Прогиномір такої конструкції належить до важильно-механічних вимірювальних приладів. Загальний вигляд згиноміра показано на рис. 3 [13]. Конструкція згиноміра спирається на принцип рівноплічного механічного важеля. Вимірний стрижень 11, переміщаючись лінійно вздовж стакана 10 і спираючись на кулеподібну

опору стрижня 7, примушує його обертатися навколо осі 8. Стрижень 7, відхилившись на деякий кут відносно свого початкового положення, через призму 2 діє на вимірний стрижень 1 індикатора. В стрижні 11 на різьбі загвинчуються відповідні наконечники, які безпосередньо дотикаються до деталі, що прогинається.

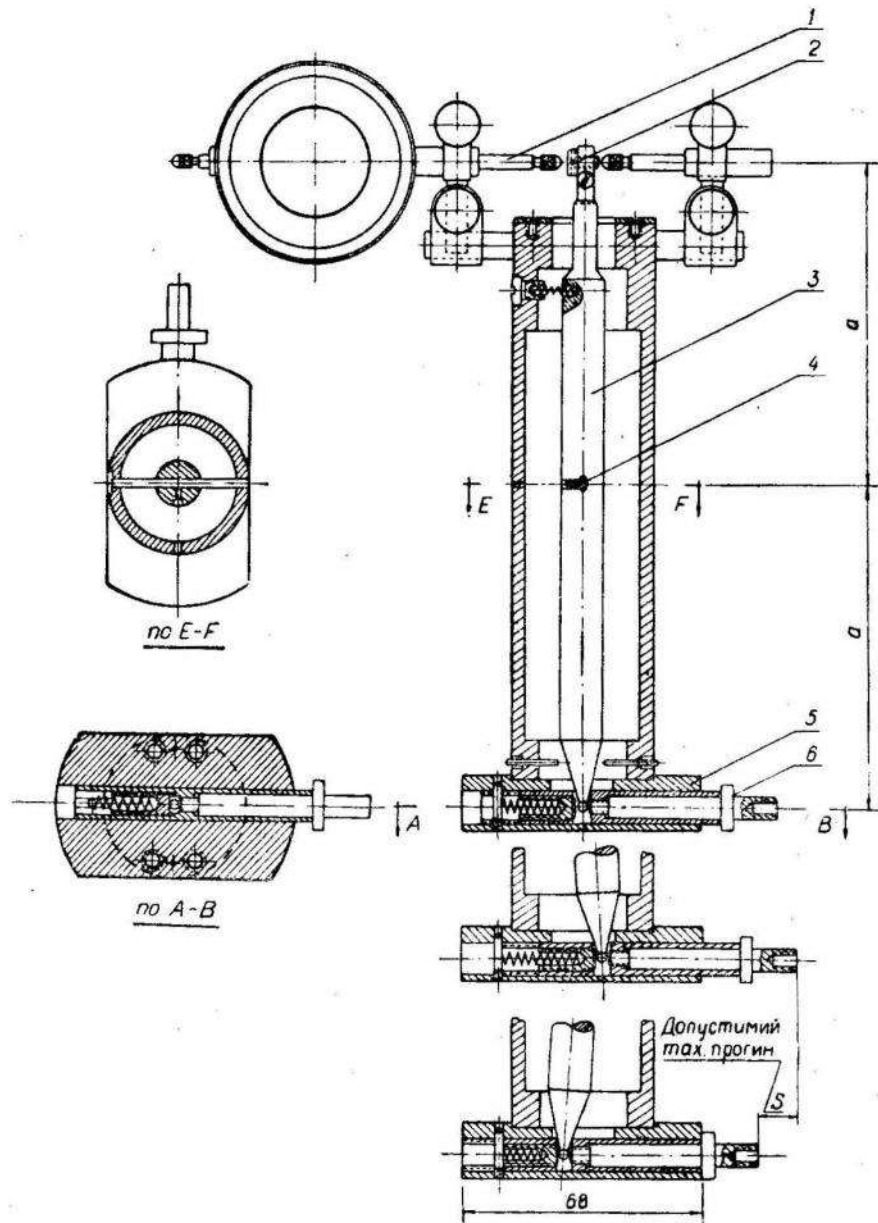


Рис. 3.

Даний згиномір застосовується в комбінації з одним або двома індикаторами. Згиномири мають можливість переміщатися вздовж радіуса диска, спеціальними фіксаторами можуть бути закріплені на певній віддалі від центра в тій точці, де проводяться виміри.

Вздовж труби встановлено також шість *T*-подібних направляючих, по яких переміщуються шість штангенглибиномірів з шкалою ноніуса і з мікрометричною подачею. Штангенглибиноміри з відрахунком 0,05 мм

і з граничною похибкою виміру ± 150 мк центрують відносно центра труби як положення самого диска, так і пуансон, що передає зусилля на диск.

Дослідження плит проводились на універсальній дослідній машині типу УИМ-50 [7].

Для більш точного виміру навантажень, прикладених до диску, в процесі дослідження застосовувалися зразкові динамометри типу ДС і ДУ, що встановлювались між верхньою нерухомою опорною штангою машини і пуансоном.

Згини вимірювались згиноміром з двухмікронним індикатором з ціною поділки 0,002 мм. На рис. 4 представлені теоретичні криві залежності $W=f(P)$, на яких трикутниками нанесені експериментальні точки максимальних прогинів (при $r=R$).

Для підвищення точності результату виміру (середнього арифметичного) [8] було зроблено по шість вимірів для кожної міри навантаження. Швидкість абсолютної деформації була нами прийнята в інтервалі від 0 до 200 кг; $v \approx 0,001$ мм/сек, від 0 до 1000 кг; $v \approx 0,001$ мм/сек.

Відхилення експериментальних значень прогинів від теоретичних для всіх точок не перевищувало 5%.

Для визначення експериментальним шляхом деформацій нами застосовувались дротяні тензодатчики омичного опору [9].

В місцях з великою концентрацією напружень застосовувались кільцеві датчики різних діаметрів, що намотані на спеціально виготовленному приладі.

Кільцеві датчики, на відміну від петлевих, дозволяють з великою точністю досліджувати малодоступні зони моделі, особливо в тих місцях, де існує різка відмінність в товщині диска при переході від однієї концентричної області до другої.

Як відомо, база датчика [10] і наявність петель в петлеподібному датчику [1] впливають на точність показників датчика.

У кільцевих датчиків в нашому випадку ці дефекти відсутні. Кільцеві датчики були розміщені на середині поверхні кільцевого ребра жорсткості, а також навколо ослабленого отвору (для диска без кільцевого ребра жорсткості).

При експериментальних перевірках деформацій використовувався спеціально виставлений для статичних дослідів електроміст, що діє на постійному струмі [12]. Вимірним приладом служив дзеркальний гальванометр.

Тарировка лінійних і петлеподібних датчиків відбувалась одночасно на консольній балці рівного опору та на полосі, працюючій на чистий згин, виготовленій з ресорної сталі.

Для компенсації похибок, що виникали у вимірах внаслідок коливань температури навколишнього середовища, в одне з баластичних плечей моста вмикався термокомпенсаційний датчик, що наклеювався на таку ж сталюну плиту і був термічно контактований з корпусом преса.

Внаслідок того, що при досліді до джерела струму — акумулятора

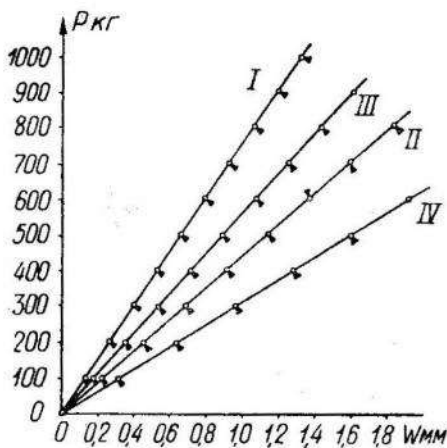


Рис. 4.

пред'являються високі вимоги у відношенні постійного його напруги, нами застосовувався акумулятор великої ємкості (144 а/год) при витраті струму 0,1 а. Систематично проводився підзаряд акумулятора селеновим випростувачем і контроль його напруги [10]. При цьому ціна поділки шкали дзеркального гальванометра у відносних деформаціях дорівнювала $\varepsilon_{\theta}^0 = 0,00033613 \frac{1}{R_d}$, де R_d — омичний опір кільцевого датчика, на-

клееного на моделі плити по довжині кола. На рис. 5 представлені для всіх задач, вказаних на рис. 1, теоретичні криві $\varepsilon_x = f_1(r)$ і $\varepsilon_y = f_2(r)$, де ε_x і ε_y відносні деформації в радіальному і тангенціальному напрямках.

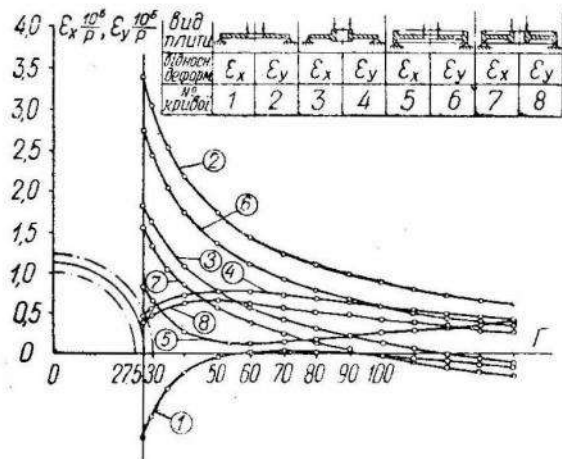


Рис. 5.

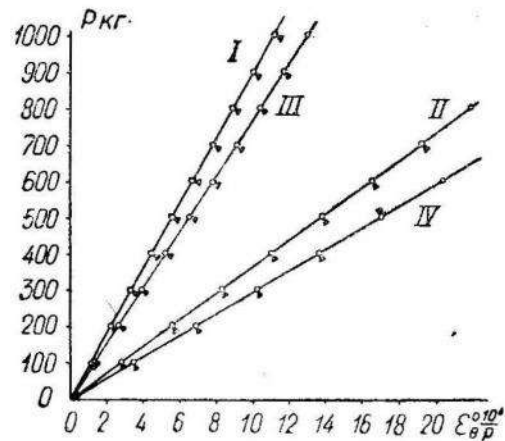


Рис. 6.

На рис. 5 наочно бачимо вплив ребер жорсткості на величину відносних деформацій.

На рис. 6 представлені теоретичні криві $\varepsilon_{\theta}^0 = \Phi(P)$ при $r=R$, на які трикутниками нанесені експериментальні точки.

Розходження експериментальних значень відносних деформацій від теоретичних для всіх вказаних ступенів навантажень не перевищувало 3%.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки. Гостехиздат, 1948.
2. Савин Г. Н. Инженерный сборник, т. VII, Изд. АН СССР, 1950.
3. Шереметьев М. П. Укр. мат. журн., т. V, № 1, 1953.
4. Флейшман Н. П. Наукові записки ЛДУ, т. XXII, серія фізико-математична, в. V, 1953.
5. Флейшман Н. П. Наукові записки ЛДУ, т. 44, вип. 8, 1957.
6. Вайнберг Д. В. Напряженное состояние составных дисков и пластин. Изд. АН УССР, 1952.
7. Грач С. А. Заводская лаборатория № 1, 1953.
8. Яковлев К. Н. Математическая обработка результатов измерений, Техиздат, 1953.
9. Грач С. А. Наукові записки ЛДУ, т. XXXVIII, серія механіко-математична, в. VII, 1956.
10. Грач С. А. Доповіді та повідомлення ЛДУ, в. VI, ч. II, 1955.
11. Митиченко Г. А. Заводская лаборатория, т. XIX, № 9, 1953.
12. Раевский М. Г. Методы экспериментального исследования механических параметров машин. Изд. АН СССР, 1952.
13. Грач С. А. Измерительная техника № 5, 1956.