Львівський ордена Леніна державний університет імені Івана Франка
Випуск 9 Питання механіки і математики 1962

Д. В. ГРИЛІЦЬКИЙ

ОСНОВНІ ГРАНИЧНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ БЕЗМЕЖНОЇ ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З ВПАЯНОЮ КРУГЛОЮ ІЗОТРОПНОЮ ШАЙБОЮ З РОЗРІЗАМИ НА ЛІНІЇ СПАЮ

В монографії М. І. Мусхелішвілі [1] розв'язані основні задачі теорії пружності для безмежної однорідної ізотропної пластинки, яка розрізана вздовж дуг одного і того самого кола.

В даній статті ми розглядаємо першу і другу основні граничні задачі плоскої теорії пружності для безмежної ізотропної пластинки з впаяною круглою ізотропною шайбою із другого матеріалу. Таку неоднорідну пластинку вважаємо розрізаною вздовж дуг $L_1=a_1b_1$, $L_2=a_2b_2,\ldots$, $L_n=a_nb_n$ на лінії спаю. Сукупність цих дуг позначимо через L, так що

$$L=L_1+L_2+\ldots+L_n.$$

Далі, вважатимемо, що на обох сторонах L задані зовнішні напруження або зміщення, а на безмежності пластинки — Γ і Γ'.

Сукупність дуг, по яких шайба спаяна з пластинкою, позначимо через $L'=L'_1+L'_2+\ldots+L'_n$, причому

$$L'_1=b_1a_2,\ L'_2=b_2a_3,\ldots,\ L'_n=b_na_1\,(a_{n+1}=a_1).$$

Радіус шайби приймемо рівним одиниці, а початок координат помістимо в центрі.

Вказані задачі розв'язуються способом, значення якого таке: розглядаємо окремо пружні рівноваги шайби і пластинки, замінивши дію пластинки на шайбу (і навпаки) невідомими зусиллями $N(t)$ і $T(t)$ (де $N(t)$ і $T(t)$ направлені відповідно по нормалі і дотичній до контура спаю). Із умови неперервності вектора зміщення на лінії спаю отримуємо сингулярне інтегральне рівняння на невідомі контактні напруження $N(t)$ і $T(t)$, розв'язавши яке, знаходимо шукані функції.

В даній статті прийняті позначення монографії [1]. Пружні сталі і функції напружень, які відносяться до шайби і до пластинки, будемо позначати відповідно індексом «1» і «2».

Випишемо із [1] декілька відомих формул:

$$\Psi(z)=\frac{1}{z^2}\Phi(z)+\frac{1}{z^2}\overline{\Phi}\left(\frac{1}{z}\right)-\frac{1}{z}\Phi'(z), \tag{0.1}$$

$$\widehat{rr}+i\widehat{r\vartheta}=\Phi(z)-\Phi\left(\frac{1}{\bar z}\right)+\bar z\left(\bar z-\frac{1}{z}\right)\overline{\Psi(z)}, \tag{0.2}$$

$$2\mu(u'+iv') = iz\left[\varkappa\Phi(z) + \Phi\left(\frac{1}{z}\right) - \bar{z}\left(\bar{z} - \frac{1}{z}\right)\overline{\Psi(z)}\right], \tag{0.3}$$

де

$$u' = \frac{\partial u}{\partial \vartheta}, \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \vartheta}. \tag{0.4}$$

§ 1. ПЕРША ОСНОВНА ЗАДАЧА

Припустимо, що до шайби на контурі L прикладені напруження $N_1(t)$, $T_1(t)$, а до пластинки на тому ж контурі — напруження $N_2(t)$ і $T_2(t)$. Крім того, ми будемо вважати заданими напруження на безмежності. В задачі потрібно визначити напружений стан шайби і пластинки, який характеризується відповідно функціями $\Phi_1(z)$ і $\Phi_2(z)$.

а) Перша основна задача для круга

Граничні умови мають вигляд:

$$\widehat{rr}^{+} + i\,\widehat{r\vartheta}^{+} = \begin{cases} N_1(t) + iT_1(t) \text{ на } L \\ N(t) + iT(t) \text{ на } L', \end{cases} \tag{1.1}$$

де функції $N_1(t)$, $T_1(t)$, $N(t)$, $T(t)$ ми вважаємо такими, які задовольняють умові H.

Умова (1.1) на основі (0.2) набирає вигляду:

$$\Phi_1^{+}(t) - \Phi_1^{-}(t) = \begin{cases} N_1(t) + iT_1(t) \text{ на } L \\ N(t) + iT(t) \text{ на } L'. \end{cases} \tag{1.2}$$

Із (1.2) маємо:

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{N_1(t) + iT_1(t)}{t-z}\,dt + \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L'} \frac{N(t) + iT(t)}{t-z}\,dt + B_0, \tag{1.3}$$

де B_0 — стала.

б) Перша основна задача для площини з круговим отвором

Граничні умови:

$$\widehat{rr}^{-} + i\widehat{r\vartheta}^{-} = \begin{cases} N_2(t) + iT_2(t) \text{ на } L \\ N(t) + iT(t) \text{ на } L', \end{cases} \tag{1.4}$$

або

$$\Phi_2^{+}(t) - \Phi_2^{-}(t) = \begin{cases} -N_2(t) - iT_2(t) \text{ на } L \\ -N(t) - iT(t) \text{ на } L'. \end{cases} \tag{1.5}$$

Беручи до уваги, що функція $\Phi_2(z)$ на безмежності повинна мати значення Γ, а в точці $z=0$ плюс з головною частиною

$$\frac{\bar{\Gamma}'}{z^2} + \frac{\varkappa_2(X+iY)}{2\pi(1+\varkappa_2)}\cdot\frac{1}{z},$$

де

$$X + iY = i\int\limits_L (N_2 + iT_2)\,dt + i\int\limits_{L'} (N + iT)\,dt, \tag{1.6}$$

із (1.5) знаходимо:

$$\Phi_2(z) = -\frac{1}{2\pi i}\int_{L}\frac{N_2+iT_2}{t-z}\,dt - \frac{1}{2\pi i}\int_{L'}\frac{N+iT}{t-z}\,dt +$$

$$+ 1 + \frac{\varkappa_2(X+iY)}{2\pi(1+\varkappa_2)}\cdot\frac{1}{z} + \frac{\overline{\Gamma}'}{z^2}. \tag{1.7}$$

в) Визначення контактних напружень

Умові неперервності вектора зміщень на контурі спаю можна надати вигляд:

$$\varkappa_1\Phi_1^+(t_0) + \Phi_1^-(t_0) = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left[\varkappa_2\Phi_2^-(t_0) + \Phi_2^+(t_0)\right],$$

або, враховуючи формули (1. 3) і (1. 7),

$$\frac{1}{\pi i}\int_{L'}\frac{N+iT}{t-t_0}\,dt + \frac{b}{a}(N+iT) + \frac{2(1+\varkappa_1)}{a}B_0 - \frac{2\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}\Gamma -$$

$$-\frac{2\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}\frac{\overline{\Gamma}'}{t_0^2} - \frac{\mu_1\varkappa_2(X+iY)}{\pi a\mu_2}\frac{1}{t_0} = \frac{1}{a}g(t_0),\ t_0\in L', \tag{1.8}$$

де

$$g(t_0) = -\frac{1+\varkappa_1}{\pi i}\int_{L}\frac{N_1+iT_1}{t-t_0}\,dt - \frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2\pi i}\int_{L}\frac{N_2+iT_2}{t-t_0}\,dt,\ t_0\in L', \tag{1.9}$$

$$\begin{aligned} a &= (\varkappa_1+1) + \frac{\mu_1}{\mu_2}(\varkappa_2+1),\\ b &= (\varkappa_1-1) - \frac{\mu_1}{\mu_2}(\varkappa_2-1). \end{aligned} \tag{1.10}$$

Отже, задача звелася до розв'язку сингулярного інтегрального рівняння (1. 8).

Якщо ввести функцію

$$W(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{L'}\frac{N+iT}{t-z}\,dt + \frac{1+\varkappa_1}{a}B_0 - \frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}\Gamma -$$

$$-\frac{\mu_1\varkappa_2(X+iY)}{2\pi a\mu_2}\frac{1}{z} - \frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}\frac{\overline{\Gamma}'}{z^2}, \tag{1.11}$$

то (1. 8) запишеться у вигляді:

$$W^+(t_0) - gW^-(t_0) = \frac{g(t_0)}{a+b}\ \text{на}\ L', \tag{1.12}$$

де

$$g = -\frac{\mu_2+\mu_1\varkappa_2}{\mu_1+\mu_2\varkappa_1}. \tag{1.13}$$

Розв'язком граничної задачі (1. 12) буде:

$$W(z) = \frac{X_0(z)}{2\pi i(a+b)}\int_{L'}\frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-z)} + X_0(z)\left[P_n(z) + \frac{D_1}{z} + \frac{D_2}{z^2}\right], \tag{1.14}$$

де D_1, D_2 — сталі,

$$P_n(z) = C_0 z^n + C_1 z^{n-1} + \ldots + C_{n-1} z + C_n, \tag{1.15}$$

$$X_0(z) = \prod_{j=1}^{n} (z - b_j)^{-\frac{1}{2}+i\beta} (z - a_{j+1})^{-\frac{1}{2}-i\beta}, \tag{1.16}$$

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\mu_2 + \mu_1 \varkappa_2}{\mu_1 + \mu_2 \varkappa_1}. \tag{1.17}$$

Функції $\Phi_1(z)$ і $\Phi_2(z)$ з врахуванням (1.11) і (1.14) запишуться так:

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_L \frac{N_1 + iT_1}{t - z} dt + \frac{X_0(z)}{2\pi i(a+b)} \int\limits_{L'} \frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-z)} +$$

$$+ X_0(z)\left[P_n(z) + \frac{D_1}{z} + \frac{D_2}{z^2}\right] + \frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}(B_0 + \Gamma) +$$

$$+ \frac{\mu_1 \varkappa_2 (X + iY)}{2\pi a \mu_2} \frac{1}{z} + \frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a} \frac{\overline{\Gamma}'}{z^2}. \tag{1.18}$$

$$\Phi_2(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int\limits_L \frac{N_2 + iT_2}{t - z} dt - \frac{X_0(z)}{2\pi i(a+b)} \int\limits_{L'} \frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-z)} -$$

$$-X_0(z)\left[P_n(z) + \frac{D_1}{z} + \frac{D_2}{z^2}\right] + \frac{1+\varkappa_1}{a}(B_0 + \Gamma) +$$

$$+ \frac{\varkappa_2(1+\varkappa_1)}{2\pi a(1+\varkappa_2)} \cdot \frac{(X+iY)}{z} + \frac{1+\varkappa_1}{a} \frac{\overline{\Gamma}'}{z^2}. \tag{1.19}$$

Контактні напруження на лінії спаю знаходяться за формулою:

$$N(t_0) + iT(t_0) = f_1 g(t_0) + f_2 \frac{X_0^+(t_0)}{2\pi i} \int\limits_{L'} \frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-t_0)} +$$

$$+ f_3 X_0^+(t_0)\left[P_n(t_0) + \frac{D_1}{t_0} + \frac{D_2}{t_0^2}\right], \tag{1.20}$$

тут

$$f_1 = \frac{\mu_1\mu_2(\varkappa_2 - 1) - \mu_2^2(\varkappa_1 - 1)}{4(\mu_1 + \mu_2\varkappa_1)(\mu_2 + \mu_1\varkappa_2)}, \quad f_2 = \frac{\mu_2}{2}\left(\frac{1}{\mu_1 + \mu_2\varkappa_1} + \frac{1}{\mu_2 + \mu_1\varkappa_2}\right),$$

$$f_3 = 1 + \frac{\mu_1 + \mu_2\varkappa_1}{\mu_2 + \mu_1\varkappa_2}. \tag{1.21}$$

Випишемо формули, із яких визначаються сталі:

$$Re\, B_0 = -Re\left\{\frac{1}{4\pi i}\int\limits_L \frac{N_1 + iT_1}{t} dt + \frac{1}{4\pi i}\int\limits_{L'} \frac{N + iT}{t} dt\right\}. \tag{1.22}$$

Уявну частину коефіцієнта B_0 можна покласти рівною нулеві:

$$C_0 = \frac{1+\varkappa_1}{a} B_0 - \frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}\Gamma,$$

$$D_1 = \frac{2\pi\mu_1\alpha_1(1+\varkappa_2)\overline{\Gamma}' - \mu_1\varkappa_2(X+iY)}{2\pi X_0(0)[\mu_1(1+\varkappa_2) + \mu_2(1+\varkappa_1)]}, \quad D_2 = -\frac{\mu_1(1+\varkappa_2)\overline{\Gamma}'}{X_0(0)[\mu_1(1+\varkappa_2) + \mu_2(1+\varkappa_1)]}, \tag{1.23}$$

де α_1 — коефіцієнт у розкладі функції $X_0(z)$ в околі точки $z=0$:

$$X_0(z) = X_0(0)\ (1 + a_1 z + \ldots). \tag{1.24}$$

Останні коефіцієнти числом n визначаються із умов однозначності зміщень:

$$a \int\limits_{L_k} X_0(t)\left[P_n(t) + \frac{D_1}{t} + \frac{D_2}{t^2}\right] dt + \int\limits_{L_k} [\varkappa_1 \Phi_{10}^+(t) + \Phi_{10}^-(t)] dt -$$

$$- \frac{\mu_1}{\mu_2} \int\limits_{L_k} [\Phi_{20}^+(t) + \varkappa_2 \Phi_{20}^-(t)]\, dt = 0,\ (k = 1, 2, \ldots, n), \tag{1.25}$$

де

$$\Phi_{10}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_L \frac{N_1 + iT_1}{t - z}\, dt + \frac{X_0(z)}{2\pi i(a+b)} \int\limits_{L'} \frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-z)},$$

$$\Phi_{20}(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int\limits_L \frac{N_2 + iT_2}{t - z}\, dt - \frac{X_0(z)}{2\pi i(a+b)} \int\limits_{L'} \frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-z)}. \tag{1.26}$$

§ 2. ДРУГА ОСНОВНА ЗАДАЧА

Тепер припустимо, що на контурі L шайби задано зміщення $g_1(t)$, а на контурі L пластинки — зміщення $g_2(t)$. Тут ми будемо вважати відомим головний вектор зовнішніх зусиль, прикладених до пластинки на контурі L. Крім того, вважаємо, що мають місце рівності

$$g_1(b_k) = g_2(b_k),\ g_1(a_{k+1}) = g_2(a_{k+1}),\ (k = 1, 2, \ldots, n). \tag{2.1}$$

Розв'язуючи цю задачу вказаним способом, ми її зведемо до розгляду змішаних граничних задач для круга і для площини з круговим отвором.

а) Змішана задача для круга

Користуючись формулами (0.2) і (0.3), запишемо граничні умови задачі:

$$\Phi_1^+(t) + \frac{1}{\varkappa_1}\Phi_1^-(t) = \frac{2\mu_1}{\varkappa_1} g_1'(t) \text{ на } L,$$

$$\Phi_1^+(t) - \Phi_1^-(t) = N(t) + iT(t) \text{ на } L'. \tag{2.2}$$

Розв'язок задачі (2. 2) дається за формулою

$$\Phi_1(z) = \frac{X_{10}(z)}{2\pi i} \int\limits_L \frac{f_1(t)dt}{X_{10}^+(t)(t-z)} + \frac{X_{10}(z)}{2\pi i} \int\limits_{L'} \frac{N(t)+iT(t)}{X_{10}(t)(t-z)}\, dt + X_{10}(z) P_{1n}(z), \tag{2.3}$$

де

$$f_1(t) = \frac{2\mu_1}{\varkappa_1} g_1'(t), \tag{2.4}$$

$$X_{10}(z) = \prod_{j=1}^{n} (z - a_j)^{-\frac{1}{2} - i\beta_1} (z - b_j)^{-\frac{1}{2} + i\beta_1}, \tag{2.5}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2\pi} \ln \varkappa_1, \tag{2.6}$$

$$P_{1n}(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n. \tag{2.7}$$

б) Змішана задача для площини з круговим отвором

Граничні умови:

$$\begin{aligned} \Phi_2^+(t) + \varkappa_2\Phi_2^-(t) &= 2\mu_2 g_2'(t) \text{ на } L, \\ \Phi_2^+(t) - \Phi_2^-(t) &= -N(t) - iT(t) \text{ на } L'. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Записуємо розв'язок задачі (2.8):

$$\Phi_2(z) = \frac{X_{20}(z)}{2\pi i}\int\limits_L \frac{f_2(t)\,dt}{X_{20}^+(t)(t-z)} - \frac{X_{20}(z)}{2\pi i}\int\limits_{L'} \frac{N(t)+iT(t)}{X_{20}(t)\,(t-z)}\,dt +$$

$$+ X_{20}(z)\left[P_{2n}(z) + \frac{D_1}{z} + \frac{D_2}{z^2}\right], \tag{2.9}$$

де

$$f_2(t) = 2\mu_2\, g_2'(t), \tag{2.10}$$

$$X_{20}(z) = \prod_{j=1}^{n}(z-a_j)^{-\frac{1}{2}+i\beta_2}(z-b_j)^{-\frac{1}{2}-i\beta_2}, \tag{2.11}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2\pi}\ln\varkappa_2, \tag{2.12}$$

$$P_{2n} = b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \ldots + b_{n-1}z + b_n. \tag{2.13}$$

в) Визначення контактних напружень

Умова неперервності вектора зміщень на контурі спаю приводить до такого сингулярного інтегрального рівняння:

$$\frac{1}{\pi i}\int\limits_{L'} K(t,t_0)\frac{N+iT}{t-t_0}\,dt + b\left[N(t_0) + iT(t_0)\right] + 2(1+\varkappa_1)X_{10}(t_0)P_{1n}(t_0) -$$

$$-2\frac{\mu_1}{\mu_2}(1+\varkappa_2)X_{20}(t_0)\left[P_{2n}(t_0) + \frac{D_1}{t_0} + \frac{D_2}{t_0^2}\right] = g(t_0),\ \ t_0 \in L', \tag{2.14}$$

де

$$K(t,t_0) = (1+\varkappa_1)\frac{X_{10}(t_0)}{X_{10}(t)} + \frac{\mu_1}{\mu_2}(1+\varkappa_2)\frac{X_{20}(t_0)}{X_{20}(t)}, \tag{2.15}$$

$$g(t_0) = \frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2}\,\frac{X_{20}(t_0)}{\pi i}\int\limits_L \frac{f_2(t)dt}{X_{20}^+(t)(t-t_0)} - (1+\varkappa_1)\frac{X_{10}(t_0)}{\pi i}\int\limits_L \frac{f_1(t)dt}{X_{10}^+(t)(t-t_0)},\quad t_0 \in L'. \tag{2.16}$$

Якщо ввести функцію

$$W(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L'} K(t,z)\frac{N+iT}{t-z}\,dt + (1+\varkappa_1)X_{10}(z)P_{1n}(z) -$$

$$-\frac{\mu_1}{\mu_2}(1+\varkappa_2)X_{20}(z)\left[P_{2n}(z) + \frac{D_1}{z} + \frac{D_2}{z^2}\right], \tag{2.17}$$

то рівняння (2. 14) зведеться до такої граничної задачі:

$$W^+(t_0) - g\,W^-(t_0) = \frac{a}{a+b}\,g(t_0) \text{ на } L'. \tag{2.18}$$

Розв'язок задачі (2.18) дається за формулою:

$$W(z)=\frac{a}{a+b}\,\frac{X_0(z)}{2\pi i}\int\limits_{L'}\frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-z)}+aX_0(z)\left[P_n(z)+\frac{A_1}{z}+\frac{A_2}{z^2}\right]. \quad (2.19)$$

Контактні напруження на лінії спаю визначаються за формулою:

$$N(t_0)+iT(t_0)=f_1 g(t_0)+f_2\frac{X_0^+(t_0)}{2\pi i}\int\limits_{L'}\frac{g(t)dt}{X_0^+(t)(t-t_0)}+$$

$$+f_3X_0^+(t_0)\left[P_n(t_0)+\frac{A_1}{t_0}+\frac{A_2}{t_0^2}\right],\ t_0\in L'. \quad (2.20)$$

Отже, функції $\Phi_1(z)$ і $\Phi_2(z)$ виражаються відповідно за формулами (2. 3) і (2. 9), в яких під $N(t)+iT(t)$ розуміється вираз (2. 20).

Константи A_1 і A_2 визначаються через постійні D_1 і D_2:

$$\begin{gathered} X_0(0)(A_1+\alpha_1 A_2)=-\frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}X_{20}(0)(D_1+\gamma_1 D_2),\\ X_0(0)A_2=-\frac{\mu_1(1+\varkappa_2)}{\mu_2 a}X_{20}(0)D_2, \end{gathered} \quad (2.21)$$

де γ_1 — коефіцієнт у розкладі функції $X_{20}(z)$ в околі точки $z=0$:

$$X_{20}(z)=X_{20}(0)\ (1+\gamma_1 z+\ldots). \quad (2.22)$$

Для визначення D_1 і D_2 маємо дві умови:

$$\begin{gathered} X_{20}(0)(D_1+\gamma_1 D_2)=\frac{\varkappa_2(X+iY)}{2\pi(1+\varkappa_2)},\\ X_{20}(0)D_2=\overline{\Gamma}', \end{gathered} \quad (2.23)$$

де

$$X+iY=i\int\limits_{L'}(N+iT)\,dt+(X+iY)_L, \quad (2.24)$$

$(X+iY)_L$ — відомий головний вектор зовнішніх зусиль, прикладених до пластинки на L.

Для визначення останніх $3n+3$ констант маємо стільки ж умов:

$$b_0=\Gamma, \quad (2.25)$$

$$\frac{X_{10}(0)}{2\pi i}\int\limits_{L}\frac{f_1(t)dt}{X_{10}^+(t)t}+\frac{X_{10}(0)}{2\pi i}\int\limits_{L'}\frac{N+iT}{X_{10}(t)t}dt+X_{10}(0)a_n+\overline{a}_0=0, \quad (2.26)$$

$$a_1+\delta_1 a_0=0, \quad (2.27)$$

де δ_1 — коефіцієнт у розкладі функції $X_{10}(z)$ при великих $|z|$:

$$X_{10}(z)=\frac{1}{z^n}+\frac{\delta_1}{z^{n+1}}+\ldots \quad (2.28)$$

$$\int\limits_{L_k}\left\{\varkappa_1\Phi_1^+(t)+\Phi_1^-(t)-\frac{\mu_1}{\mu_2}\left[\Phi_2^+(t)+\varkappa_2\Phi_2^-(t)\right]\right\}dt=0,$$

$$(k=1,2,\ldots,n), \quad (2.29)$$

$$\int_{b_k}^{a_{k+1}} \left[\varkappa_1 \Phi_1^+(t) + \Phi_1^-(t)\right] dt = 2\mu_1 \left[g_1(a_{k+1}) - g_1(b_k)\right],$$
$$(k = 1, 2, \ldots, n), \tag{2.30}$$
$$\int_{b_k}^{a_{k+1}} \left[\Phi_2^+(t) + \varkappa_2 \Phi_2^-(t)\right] dt = 2\mu_2 \left[g_2(a_{k+1}) - g_2(b_k)\right],$$
$$(k = 1, 2, \ldots, n). \tag{2.31}$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. АН СССР, 1954.

Стаття надійшла 10. XI 1960.