

В. І. ЯКОВЛЕВА

КРУЧЕННЯ СТЕРЖНЯ ДВОТАВРОВОГО ПЕРЕРІЗУ

Розглянемо призматичний стержень, що закручується, поперечний переріз якого має форму двотавра № 12. Користуючись різницеvim методом [2, 3], визначимо дотичні напруги у характерних точках перерізу, побудуємо «горб» та траєкторії дотичних напруг.

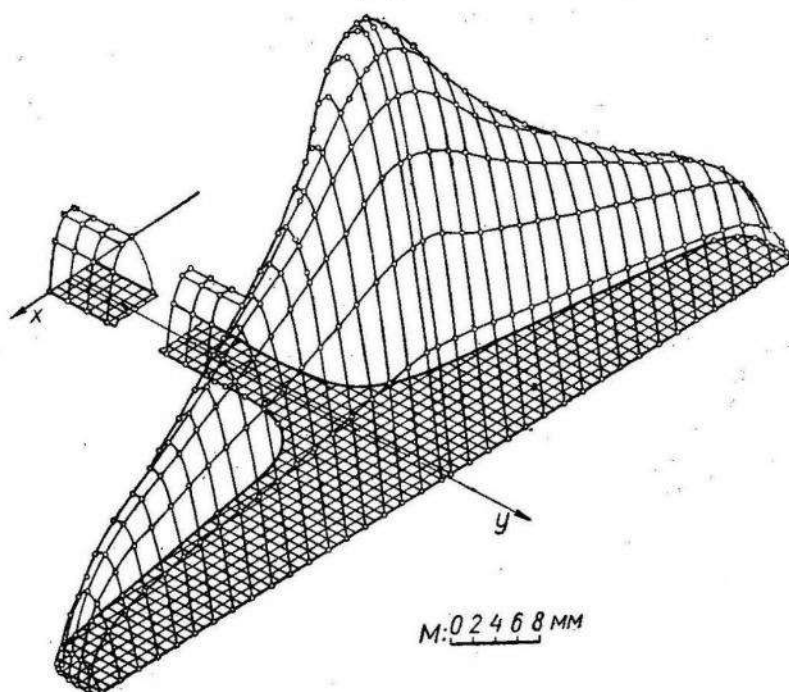


Рис. 1. «Горб» напружень (I № 12).

Для рішення рівняння Пуассона

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -2 \quad (1)$$

застосований метод ітерації Лібмана для вихідної квадратної сітки з кроком $h=1$ мм. Виправлення граничних умов в місцях, де сіточний контур не збігається з вихідним, виконано за Коллатцем.

У вузлах сітки одержані значення функції напружень $\Phi(h=1 \text{ мм})$ у сотих частках мм^2 (рис. 1).

Значення функції Φ зображені графічно у вигляді «горба» напружень.

При зображенні «горба» контур перерізу побудований в косокутній аксонометричній проекції з збереженням співвідношення сторін. Вісь z , в напрямку якої відкладались значення функції Φ , вибрана по діагоналі

квадратної сітки, завдяки чому групи аплікату зображувались однією прямою.

Геометричний фактор жорсткості визначався за формулою

$$I_T = \iint_F \Phi(xy) dx dy; \quad (2)$$

являє собою подвоєний об'єм «горба» напружень.

Для побудови траєкторій дотичних напружень «горб» напружень

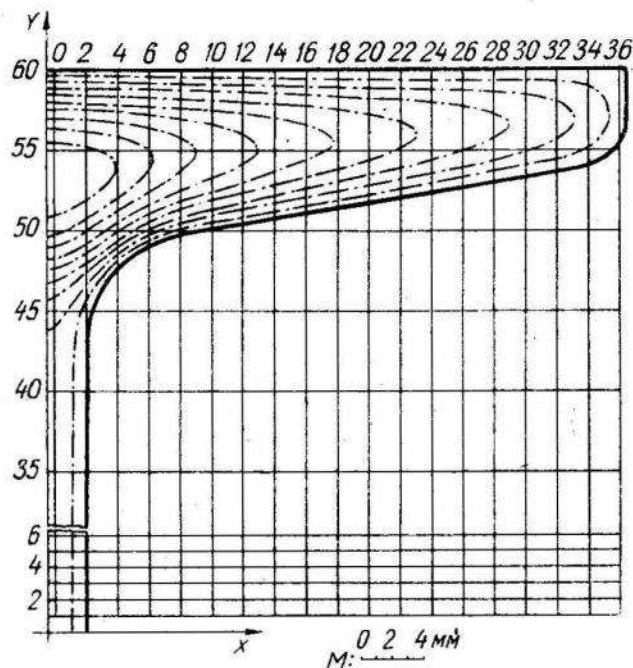


Рис. 2. Траєкторії дотичних напружень (I № 12).

перерізаний рядом площин, паралельних розглядуваній області, віддалених одна від одної на $3,79 \text{ мм}^2$, що становить 0,1 найбільшої аплікати функції напружень $\Phi_{\max} = 37,93 \text{ мм}^2$ (рис. 2).

Напруження визначали за формулою:

$$\tau = \frac{M}{I_T} \frac{\partial \Phi}{\partial n}, \quad (2a)$$

де $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$ — похідна по нормалі.

Для двотавра № 12, що розглядається, підрахований геометричний фактор жорсткості при кінці сітки $h=0,5 \text{ мм}$ становить

$$I_T = 4,323 \text{ см}^4. \quad (3)$$

Те саме за наближеною формулою:

$$I_T = \frac{1}{3} \eta \sum \delta^3 l$$

а) без урахування поправочного коефіцієнта

$$I_T = 3,354 \text{ см}^4; \quad (4)$$

б) з урахуванням поправочного коефіцієнта $\eta = 1,2$ [1]

$$I_T = 3,689 \text{ см}^4. \quad (5)$$

Відповідно до наших підрахунків поправочний коефіцієнт

$$\eta = \frac{4,323}{3,354} \cong 1,29.$$

При визначенні найбільших напружень біля зовнішньої кромки полиці (у точці, що лежить на осі симетрії) та біля вхідного кута зроблено згущення сітки до $h=0,063 \text{ мм}$. Найбільше напруження біля вхідного кута ($x=7,5 \text{ мм}$; $y=49,75 \text{ мм}$) вважалося рівним напруженню в точці А (див. шаблон 1), з аплікатою, що дорівнює $0,74 \text{ мм}^2$, та віддаленою від контура на $0,05 \text{ мм}$.

Шаблон 1

$y \backslash x$	7	7,25	7,5	7,75	8
50,25	8,03	7,21	6,46	5,79	5,20
50,0	5,35	4,49	3,70	3,00	2,41
			точка A		
49,75	2,48	1,59	0,74	0,01	
49,5	-0,58	-0,47	-2,47		

Найбільший кут нахилу «горба» напружень поблизу цієї точки становить

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{0,74}{0,05} \frac{M}{I_T} \quad (6)$$

Розраховуючи в кілограмах та сантиметрах, маємо:

$$\tau_{\max}^{(A)} = 1,48 \frac{M}{I_T} \text{ (кг/см}^2\text{)}. \quad (7)$$

Шаблон 2

$y \backslash x$	0,25		0		0,25
60	0	0	0	0	0
			точка B		
		1,48	1,48	1,48	
	2,92		2,92		2,92
59,5			5,71		

Відповідно до шаблону 2 напруження біля зовнішнього ребра полицки (точка B на осі симетрії) дорівнює

$$\tau_n^{(B)} = \frac{1,48}{0,125} \frac{M}{I_T}, \quad (8)$$

або

$$\tau_n^{(B)} = 1,18 \frac{M}{I_T} \text{ (кг/см}^2\text{)}. \quad (9)$$

Умовний коефіцієнт концентрації, одержаної нами, складає

$$\alpha_k = \frac{1,48}{1,18} \cong 1,25. \quad (10)$$

Визначаючи напруження в полиці та біля вхідного кута за відомими наближеними формулами, одержимо:

1. Напруження у полиці

$$\tau_n = \frac{M}{I_T} \delta_{\max},$$

де $\delta_{\max}$ — середня товщина полиці

$$\tau_n^{(B)} = 0,84 \frac{M}{I_T} \quad (11)$$

2. Найбільше напруження біля вхідного кута

$$\tau_{\max} = \alpha_k \tau_n,$$

де τ_n — визначається за (11), а α_k за формулою Треффца

$$\alpha_k = 1,74 \sqrt[3]{\frac{c}{r}},$$

де c — товщина полиці, r — радіус заокругленого вхідного кута.

Для двотавра № 12 будемо мати

$$\alpha_k = 1,74 \sqrt[3]{\frac{8,4}{7,0}} \cong 1,85. \quad (12)$$

Якщо ж віднести напруження (7) до напружень (11), зберігаючи той самий геометричний фактор жорсткості, знайдемо

$$\alpha_k = \frac{1,48}{0,84} \cong 1,76. \quad (13)$$

ВИСНОВКИ

1. Відношення жорсткості, підрахованої нами та за наближеною формулою, становить:

$$\frac{1,29}{1,2} = 1,075.$$

2. Найбільші дотичні напруження біля зовнішнього ребра полиці та біля вхідного кута мають місце у точках, що знаходяться відповідно на осі симетрії y та на відстані 7,5 мм від осі y , що приблизно становить 1,6 d (d товщини стінки).

3. Умовні коефіцієнти концентрації, знайдені при одному і тому ж геометричному факторі жорсткості, дорівнюють: за Треффцем — 1,85, за нашими дослідженнями — 1,76.

Одержані результати підрахунків зведені у таблицю.

Форма сечення	Результати підрахунків, одержаних	$см^4$	Напруження $кг/см^2$			
			В полиці		У викружці	
			$\tau_n \cdot \frac{M}{I_T}$	$\tau_n \cdot M$	$\tau_{\max} \cdot \frac{M}{I_T}$	$\tau_{\max} \cdot M$
Двотавр № 12	а) за наближеними формулами	4,025	0,84	0,228	1,550	0,420
	б) за автором	4,323	1,18	0,273	1,480	0,343

ЛІТЕРАТУРА

1. Д. В. Бычков и А. К. Мрошинский. Кручение металлических балок. Стройиздат Наркомстроя, 1944.
2. П. М. Варвак. Развитие и приложение метода сеток к расчету пластинок. Некоторые задачи прикладной теории упругости в конечных разностях. Изд. АН УССР, ч. I, 1949, ч. II, 1952.
3. Д. Ю. Панов. Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных. ГИТТЛ, 1951.
4. В. И. Яковлева. Кручение некоторых стержней швеллерного сечения. ДАН Азерб. ССР, т. XIV, № 10, 1958.

Стаття надійшла 15. XI 1960.