

Б. В. КОВАЛЬЧУК, Г. П. ГУБАНОВ

ПРО НАБЛИЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ СУМАМИ ВАЛЛЕ ПУССЕНА

Позначимо через $W^{(r,l)}H_{\omega_1,\omega_2}(r, l \geq 0)$ клас 2π -періодичних відносно кожної змінної x та y функцій $f(x, y)$, які задовольняють такі умови:

- 1) $|\varphi_i(x_1, y) - \varphi_i(x_2, y)| \leq \omega_1(|x_2 - x_1|)$;
- 2) $|\varphi_i(x, y_1) - \varphi_i(x, y_2)| \leq \omega_2(|y_2 - y_1|)$;
- 3) $|\varphi_i(x_1, y_1) - \varphi_i(x_1, y_2) - \varphi_i(x_2, y_1) + \varphi_i(x_2, y_2)| \leq C\omega_1(|x_2 - x_1|)\omega_2(|y_2 - y_1|)$
($i=1, 2$),

де $\varphi_1(x, y) = \frac{\partial^r f}{\partial x^r}$, $\varphi_2(x, y) = \frac{\partial^l f}{\partial y^l}$,

а $\omega_i(t)$ — задані опуклі частинні модулі неперервності.

Нехай

$$E_{m,n}^{(p,q)}(W^{(r,l)}H_{\omega_1,\omega_2}; x, y) = \sup_{f \in W^{(r,l)}H_{\omega_1,\omega_2}} |f(x, y) - \sigma_{m,n}^{(p,q)}(f; x, y)|,$$

де $\sigma_{m,n}^{(p,q)}(f; x, y)$ — сума Валле Пуссена для функції $f(x, y)$.

Теорема. Якщо

1. $\lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\omega_i(\delta) \ln \frac{1}{\delta} \right] = 0$;
2. $\delta \int_{\delta}^1 \frac{\omega_i(t)}{t^2} dt = O[\omega_i(\delta)] \quad (\delta \rightarrow 0)$,

то для функцій класу $W^{(r,l)}H_{\omega_1,\omega_2}(r, l > 0; r=l=0)$ має місце асимптотична рівність

$$\begin{aligned} E_{m,n}^{(p,q)}(W^{(r,l)}H_{\omega_1,\omega_2}; x, y) &= \frac{2}{\pi^2} \frac{\ln \frac{m}{p+1}}{m^r} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \omega_1\left(\frac{2u}{m}\right) \sin u du + \\ &+ \frac{2}{\pi^2} \frac{\ln \frac{n}{q+1}}{n^l} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \omega_2\left(\frac{2v}{n}\right) \sin v dv + O\left[\frac{\omega_1\left(\frac{1}{m}\right)}{m^r} + \frac{\omega_2\left(\frac{1}{n}\right)}{n^l} \right] + \\ &+ O\left[\ln \frac{m}{p+1} \ln \frac{n}{q+1} \left(\frac{1}{m^r} + \frac{1}{n^l} \right) \omega_1\left(\frac{1}{m}\right) \omega_2\left(\frac{1}{n}\right) \right], \end{aligned}$$

де $O(1)$ — величина, рівномірно обмежена відносно $p=o(m)$ і $q=o(n)$. При доведенні теореми ми спираємося на результати [1, 2, 3].

ЛІТЕРАТУРА

1. І. М. М. Горбач. ДАН УРСР, № 3, 1960.
2. В. Б. Гришин. ДАН УРСР, № 5, 1964.
3. С. М. Никольский. ДАН СССР, 52, № 3, 1946.

Б. В. КОВАЛЬЧУК, Г. П. ГУБАНОВ

О ПРИБЛИЖЕНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ СУММАМИ ВАЛЛЕ ПУССЕНА

(резюме)

Исследуется задача об асимптотическом поведении верхней грани уклонения функций $f(x, y)$ класса $W^{(r, l)}H_{\omega_1, \omega_2}$ от сумм Валле Пуссена.
