

Б. В. КОВАЛЬЧУК, Г. П. ГУБАНОВ

ОЦІНКА ЗАЛИШКУ ПРИ НАБЛИЖЕННІ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ ЗРІЗАНИМИ СЕРЕДНІМИ ВІД ПОЛІНОМІВ, НАЙКРАЩИХ В ЗАДАНІЙ СИСТЕМІ ТОЧОК

Нехай $MH^{(\alpha)}$ ($0 < \alpha < 1$) є клас 2π -періодичних функцій $f(x)$, які задовольняють умову Ліпшица степеня α з константою M .

Через $NW^{(r)}$ ($r \geq 1$) позначаємо клас функцій періоду 2π , r -та похідна яких не перевищує за абсолютною величиною константу N .

Зрізані середні арифметичні суми від поліномів, які найкраще наближають неперервну 2π -періодичну функцію $f(x)$ в системі точок $x_k = \frac{k\pi}{n}$, мають вигляд

$$\sigma_{n,p}(f; x) = \frac{1}{2n(p+1)} \sum_{k=1}^{2n} f(x_k) \frac{\sin \frac{2n-p-1}{2} (x-x_k) \sin \frac{p+1}{2} (x-x_k)}{\sin^2 \frac{1}{2} (x-x_k)}.$$

Нами вивчається асимптотична поведінка величин

$$E_{n,p}(MH^{(\alpha)}; x) = \sup_{f \in MH^{(\alpha)}} |f(x) - \sigma_{n,p}(f; x)|;$$

$$E_{n,p}(NW^{(r)}; x) = \sup_{f \in NW^{(r)}} |f(x) - \sigma_{n,p}(f; x)|.$$

Теорема 1. При $n \rightarrow \infty$, рівномірному відносно p ($0 \leq p \leq n$), справедлива асимптотична рівність

$$E_{n,p}(MH^{(\alpha)}; x) = \frac{M |\sin nx|}{\pi^{1-\alpha} n^\alpha} \ln \frac{n}{p+1} + O\left(\frac{1}{n^\alpha}\right),$$

причому

$$E_{n,p}\left(MH^{(\alpha)}; \frac{k\pi}{n}\right) = O\left(\frac{1}{n^\alpha}\right).$$

Теорема 2. При $n \rightarrow \infty$, рівномірному відносно p ($0 \leq p \leq \theta n$, $0 \leq \theta < 1$), має місце асимптотична рівність

$$E_{n,p}(NW^{(r)}; x) = \frac{8N |\sin nx|}{\pi^2 n^r} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(-1)^v (r-1)}{(2v+1)^{r+1}} \ln \frac{n}{p+1} + O\left(\frac{1}{n^r}\right),$$

причому

$$E_{n,p}\left(NW^{(r)}; \frac{k\pi}{n}\right) = O\left(\frac{1}{n^r}\right).$$

При доведенні цих теорем ми спираємося на результати [3, 4] і використовуємо оцінки, одержані в роботах [1, 2].

ЛІТЕРАТУРА

1. Н. И. Ахиезер и М. Г. Крейн. ДАН СССР, 15, № 3, 1937.
2. J. Favard. Bull. de Sci. Math., 61, 1937.
3. С. М. Никольский. Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР, 15, 1945.
4. В. М. Оловянишников. ДАН СССР, 70, № 5, 1950.

Б. В. КОВАЛЬЧУК, Г. П. ГУБАНОВ

ОЦЕНКА ОСТАТКА ПРИ ПРИБЛИЖЕНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ УСЕЧЕННЫМИ СРЕДНИМИ ОТ ПОЛИНОМОВ, НАИЛУЧШИХ В ЗАДАННОЙ СИСТЕМЕ ТОЧЕК

(резюме)

Устанавливаются асимптотические оценки верхних граней при приближении непрерывных периодических функций классов $MH^{(\alpha)}$ и $NW^{(r)}$ усеченными средними арифметическими суммами от полиномов, наилучших в системе нулей функций $\sin nx$.
