УДК 517.946

М. С. ВОЛОШИНА, Г.-В. С. ГУПАЛО

РОЗВ'ЯЗОК УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЗАДАЧІ ДІРІХЛЕ ДЛЯ БАГАТОЗВ'ЯЗНОЇ ОБЛАСТІ

У роботі [3] розв'язок задачі Діріхле для тривимірного рівняння Лапласа в багатозв'язній області шукають у вигляді комбінованого потенціалу (мікст-потенціалу) подвійного і простого шарів з невідомою густиною, для визначення якої одержують інтегральне рівняння, розв'язальне за першою теоремою Фредгольма (якщо ж розв'язок шукати у вигляді потенціалу подвійного шару, то інтегральне рівняння, як відомо, розв'язальне за третьою теоремою Фредгольма).

Ми, використовуючи результати робіт [1—3], розглядаємо задачу Діріхле для n-вимірного рівняння Лапласа в багатозв'язній області, коли на границі області задана узагальнена функція.

1. Нехай Ω_i — область, яка обмежена замкненими $(n-1)$-вимірними поверхнями $S_0, S_1, \ldots, S_m$ класу C^∞, які не перерізають одна одну, причому S_0 містить всередині всі інші поверхні (S_0 може бути відсутньою). Позначимо через $S=\bigcup\limits_{i=0}^{m} S_i$ повну границю Ω_i, через Ω_e — доповнення Ω_i до всього нескінченного простору. Нехай $\nu(y)$ — орт внутрішньої відносно Ω_i нормалі до поверхні S в точці y. Вважатимемо, що можна взяти таке $\varepsilon(0<\varepsilon<\varepsilon_1)$, що поверхня S_ε, яка перебуває на відстані ε по внутрішній нормалі в кожній точці від поверхні S, не мала самоперерізів. Через $D(S)$ позначимо простір нескінченно диференційованих (основних) функцій $\varphi(y)$ на S, а через $D'(S)$ — простір лінійних неперервних функціоналів (узагальнених функцій) над $D(S)$, через $F[\varphi]$ — дію $F\in D'(S)$ на $\varphi\in D(S)$.

2. Постановка задачі. Нехай $F\in D'(S)$. Знайти гармонічну функцію $u(x)$ в області Ω_i, яка на границі S набуває узагальнених граничних значень F, тобто

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int\limits_{S_\varepsilon} u(x_\varepsilon)\,\varphi(x_\varepsilon)\,dS_\varepsilon = F[\varphi] \quad \text{для кожної } \varphi\in D(S), \tag{1}$$

де
$$\varphi(x_\varepsilon)=\varphi(y),\ x_\varepsilon = y+\varepsilon\nu y,\ x_\varepsilon\in S_\varepsilon,\ y\in S.$$

Має місце лема.

Лема. Оператор $$(A\varphi)(x)=\int\limits_S K(x,y)\,\varphi(y)\,d_yS,\quad x\in S$$

діє в $D(S)$, де $K(x,y)=\dfrac{\partial\omega(x,y)}{\partial\nu_y}+C\omega(x,y)$, $\omega(x,y)$ — фундаментальний розв'язок n-вимірного рівняння Лапласа, C — довільна додатна костанта.

Ця лема випливає з леми 2 [1] і леми 1 з [2].

Теорема. *Якщо* $F \in D'(S)$ *і* $G[g] = F[\varphi_g]$, *де* φ_g — *розв'язок інтегрального рівняння*

$$p\varphi(y) + \int_S K(x, y)\,\varphi(x)\,d_x S = g(y), \quad y \in S \tag{2}$$

$p = \frac{1}{2}\omega_n$, ω_n — *площа поверхні одиничної сфери в n-вимірному просторі, то функція* $u(x) = G[K(x, y)]$, $x \in \Omega_i$ *є розв'язком розглядуваної задачі.*

Безпосередньою перевіркою встановлюється виконання умови (1) та гармонічність функції $u(x)$ в області Ω_i.

Так само, як у [3], встановлюється, що інтегральне рівняння (2) розв'язальне за першою теоремою Фредгольма.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гупало Г. С. Про узагальнену задачу Діріхле. — ДАН УРСР, 1966, № 7.
2. Гупало Г. С. Про узагальнену задачу Неймана. — ДАН УРСР, 1967, № 3.
3. Купрадзе В. Д. К решению задачи Дирихле для многосвязной области. — «Сообщения Грузинского филиала АН СССР», 1940, № 1.

УДК 517.512

Г. П. ГУБАНОВ, Б. В. КОВАЛЬЧУК

НАБЛИЖЕННЯ НЕПЕРЕРВНИХ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ ЛІНІЙНИМИ СЕРЕДНІМИ ПОЛІНОМІВ, НАЙЛІПШИМИ В ЗАДАНІЙ СИСТЕМІ ТОЧОК

Нехай $\omega(t)$ заданий модуль неперервності, тобто неперервна на $[0; 2\pi]$ функція, яка задовільняє нерівності

$$\omega(0) = 0, \; 0 \leqslant \omega(t_2) - \omega(t_1) \leqslant \omega(t_2 - t_1) \text{ для } t_2 > t_1.$$

Якщо $\omega(t)$ задовольняє додатково нерівність

$$\omega(t_1) + \omega(t_2) \leqslant 2\omega\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right),$$

то модуль неперервності називаємо опуклим.

Через H_ω позначимо клас функцій $f(x) \in C_{2\pi}$, модуль неперервності яких $\omega(f; t)$ не перевищує заданого модуля неперервності $\omega(t) : \omega(f; t) \leqslant \omega(t)$.

Нехай

$$T_{n-1}(f; x) = \frac{1}{2nq}\sum_{k=1}^{2nq} f(x_k) \sin\frac{2n-1}{2}(x - x_k) \operatorname{cosec}\frac{1}{2}(x - x_k) -$$