сталих матеріалу і геометричних параметрів: $\mu=4,42\times \times 10^5$ *кг/см*^{2}; $E^*=2,1\cdot 10^6$ *кг/см*^{2}; $\varkappa=2,08$; $\gamma=\frac{h^*}{h}=1,0$; $\delta=\frac{b}{r_1}= =0,2$; $\frac{b}{a}=4$; $\frac{b}{h_0}=10$; $\frac{r_1}{h_0}=0,25$.

На рис. 1, 2 побудовано графіки розподілу напруження σ_θ в пластинці і контактного тиску $N^{(i)}$ у випадку згину пластинки моментами M_1. На рис. 3 побудовані графіки напружень σ_θ, коли пластинка згинається поперечною силою Q. Розрахунки проведені для випадку, коли $\varepsilon^*=\varepsilon^*_{\min}$. Пунктирною лінією зображені графіки розподілу напружень σ_θ^* при відсутності кільця [4].

Залежність $\varepsilon^*_{\min}$, в долях $10^{-10}/9,81$ Pr_1*н/м*, від точки прикладання зосереджених сил подана на рис. 4.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мартынович Т. Л. Теория и расчет пластинок с подкрепленным краем. Автореф. докт. дисс., Львов, 1970.
2. Мартынович Т. Л., Зварич М. К. Впрессовка замкнутого стержня в криволинейное отверстие изотропной пластинки. — «Прикладная механика», 1974, т. 10, вып. 9.
3. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., «Наука», 1966.
4. Савин Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. М., Гостехиздат, 1951.

УДК 539. 377

В. З. ДІДИК, Б. М. КОРДУБА

ТЕМПЕРАТУРНІ НАПРУЖЕННЯ В ЗАЩЕМЛЕНІЙ ПЛАСТИНЦІ З ПОСТІЙНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ТЕПЛОВІДДАЧІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ ТЕПЛООБМІНІ

Нехай півнескінченна пластинка, край якої $x=0$ защемлений, нагрівається джерелом тепла, яке має потужність $\frac{q}{2\delta}$ та рухається з постійною швидкістю в додатному напрямі осі y на віддалі d від її краю. Через поверхні пластинки здійснюється теплообмін із зовнішнім середовищем нульової температури.

Нестаціонарне температурне поле, яке виникає в пластинці, визначимо з рівняння теплопровідності [2]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-\varkappa^2 T=\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial \tau}-\frac{q}{2\lambda\delta}\,\delta(x-d,\ y-v\tau), \tag{1}$$

де $\delta(x-d,\ y-v\tau)$ — дельта-функція Дірака; $\varkappa^2=\frac{\alpha}{\lambda\delta}$, λ і a — відповідно коефіцієнти теплопровідності та температуропровідності.

Крайові умови мають вигляд

$$T\Big|_{\substack{x\to\infty\\|y|\to\infty}}=0,\ \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{|y|\to\infty}=0,\ T\Big|_{x=0}=0,\ T(x,\ y,\ 0)=0. \tag{2}$$

Користуючись перетворенням Фур'є-Лапласа, знаходимо загальний розв'язок задачі теплопровідності для розглядуваної пластинки

$$T=\frac{q}{8\pi\lambda\delta}\left[K_0(\rho_-,\ \omega_-)-K_0(\rho_+,\ \omega_+)\right]\ e^{-\omega_1(y-v\tau)}, \tag{3}$$

де

$$K_0(\rho,\ \omega)=\int\limits_0^{\omega}\omega^{-1}e^{-\frac{\rho}{2}\left(\omega+\frac{1}{\omega}\right)}d\omega,\quad \omega\pm=\frac{\nu_a v\tau}{\sqrt{(x\pm d)^2+(y-v\tau)^2}},$$

$$\rho_\pm=\omega_1\nu_\alpha\sqrt{(x\pm d)^2+(y-v\tau)^2},\quad \omega_1=\frac{v}{2a},\quad \nu_\alpha=1+\left(\frac{\varkappa}{\omega_1}\right)^2 -$$

критерій відносного впливу тепловіддачі на рухоме температурне поле.

Для визначення температурних напружень, викликаних температурним полем (3), скористаємось формулами з [1]:

$$\sigma_{xx}=\frac{2G}{1-\nu}\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\chi-2G\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2};$$

$$\sigma_{yy}=\frac{2G}{1-\nu}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2}+(2+\nu)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right]\chi-2G\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}; \tag{4}$$

$$\sigma_{xy}=\frac{2G}{1-\nu}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\nu\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\chi+2G\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y},$$

де χ — бігармонічна функція; Φ — термопружний потенціал переміщень; G — модуль зсуву; ν — коефіцієнт Пуассона; α_t — температурний коефіцієнт лінійного розширення.

Граничні умови запишуться у вигляді

$$U=0,\ V=0 \text{ при } x=0,\ \lim_{\substack{x\to\infty\\|y|\to\infty}}\sigma_{ij}=0. \tag{5}$$

Після застосування перетворень Фур'є-Лапласа, розв'язання відповідної крайової задачі, шукані вирази температурних напружень матимуть вигляд:

$$\sigma_x=\frac{a}{2(3-\nu)}\int\limits_0^{\tau}e^{-a\varkappa^2(\tau-\tau_0)}\Big(\mathrm{Re}\ \Big\{\rho\left[\beta_+^2+(1+\nu)\beta_+^3\,x\right]+$$

$$+\frac{(1+\nu)x}{2a(\tau-\tau_0)}\beta_+L_3^+ + \frac{1}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}[\beta_- + (1+\nu)\beta_+^2 x]L_2^+ +$$

$$+[\beta_-^2 + (1+\nu)\beta_+^3 x]L_1^+ - 2(1+\nu)xz_+^{-3} - 2z_+^{-2} +$$

$$+\frac{3-\nu}{2}(\omega_- z_-^{-2} - \omega_+ z_+^{-2} + \beta_-^2)\Big\} + \mathrm{Im}\Big\{\frac{(1+\nu)x}{2a(\tau-\tau_0)}\beta_+L_3^- +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}[\beta_- + (1+\nu)\beta_+^2 x]L_2^- + [\beta_-^2 + (1+\nu)\beta_+^3 x]L_1^- +$$

$$+\frac{(3-\nu)(y-v\tau_0)}{4a(\tau-\tau_0)}\left(\frac{\omega_-}{z_-} - \frac{\omega_+}{z_+}\right)\Big\}\Big)d\tau_0;$$

$$\sigma_y = \frac{a(1+\nu)}{2(3-\nu)}\int_0^\tau e^{-a\varkappa^2(\tau-\tau_0)}\Big\{\mathrm{Re}\Big[\rho\beta_+^2 + \frac{1}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}\beta_- L_2^+ +$$

$$+\beta_-^2 L_1^+ - 2z_+^{-2}\Big] + \mathrm{Im}\left[\frac{1}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}\beta_- L_2^- + \beta_-^2 L_1^-\right] -$$

$$-\frac{(1+\nu)(3-\nu)}{4a(\tau-\tau_0)}(\omega_- - \omega_+)\Big\}d\tau_0 - \sigma_x;$$

$$\tau_{xy} = \frac{a}{4(3-\nu)}\int_0^\tau e^{-a\varkappa^2(\tau-\tau_0)}\Big(\mathrm{Re}\Big\{\frac{(1+\nu)x}{a(\tau-\tau_0)}\beta_+L_3^- +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}[(1-\nu)\beta_- + 2(1+\nu)\beta_+^2 x]L_2^- + [(1-\nu)\beta_-^2 +$$

$$+2(1+\nu)\beta_+^3 x]L_1^- + \frac{(3-\nu)(y-v\tau_0)}{2a(\tau-\tau_0)}\left(\frac{\omega_-}{z_-} - \frac{\omega_+}{z_+}\right)\Big\} -$$

$$-\mathrm{Im}\Big\{\rho[(1-\nu)\beta_+^2 + 2(1+\nu)\beta_+^3 x] + \frac{(1+\nu)x}{a(\tau-\tau_0)}\beta_+L_3^+ +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}[(1-\nu)\beta_- + 2(1+\nu)\beta_+^2 x]L_2^+ +$$

$$+[(1-\nu)\beta_-^2 + 2(1+\nu)\beta_+^3 x]L_1^+ - \frac{4(1+\nu)x}{z_+^3} - \frac{2(1-\nu)}{z_+^2} +$$

$$+(3-\nu)\left(\frac{\omega_-}{z_-^2} - \frac{\omega_+}{z_+^2} + \beta_-^2\right)\Big\}\Big)d\tau_0,$$

де

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{ii}}{2N}\,(i = x,\ y);\ \tau_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2N};\ N = \alpha_t E Q_0;$$

$$E = 2(1+\nu)G;\ Q_0 = \frac{q}{2\pi\lambda\delta};\ z_0 = x + i(y - v\tau_0);$$

$$z_{\pm} = (x \pm d) + i(y - v\tau_0);\ \beta_{\pm}^{k} = z_{+}^{-k} \pm z_{-}^{-k};$$

$$\rho = \operatorname{erfc}\left[\frac{d}{2\sqrt{a(\tau-\tau_0)}}\right];\ \omega_{\pm} = \exp\left[-\frac{(x \pm d)^2 + (y - v\tau_0)^2}{4a(\tau-\tau_0)}\right];$$

$$L_{\nu}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left\{D_{-\nu}\left[\frac{z_0}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}\right]\exp\left[\frac{ix(y-v\tau_0)}{4a(\tau-\tau_0)}\right] + \right.$$

$$\left. + D_{-\nu}\left[\frac{\bar{z}_0}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}\right]\exp\left[-\frac{ix(y-v\tau_0)}{4a(\tau-\tau_0)}\right]\right\} \times$$

$$\times \exp\left[\frac{x^2 - (y - v\tau_0)^2 - 2d^2}{8a(\tau-\tau_0)}\right];$$

$$L_{\nu}^{-} = \frac{i}{\sqrt{2\pi}}\left\{D_{-\nu}\left[\frac{z_0}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}\right]\exp\left[\frac{ix(y-v\tau_0)}{4a(\tau-\tau_0)}\right] - \right.$$

$$\left. - D_{-\nu}\left[\frac{\bar{z}_0}{\sqrt{2a(\tau-\tau_0)}}\right]\exp\left[-\frac{ix(y-v\tau_0)}{4a(\tau-\tau_0)}\right]\right\} \times$$

$$\times \exp\left[\frac{x^2 - (y - v\tau_0)^2 - 2d^2}{8a(\tau-\tau_0)}\right],$$

$D_{-\nu}(\zeta)$ — функція параболічного циліндра.

ЛІТЕРАТУРА

1. Новацкий Н. В. Вопросы термоупругости, М., Изд-во АН СССР, 1962.

2. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. К., «Наукова думка», 1972.

УДК 539.3

Н. П. ФЛЕЙШМАН, А. Г. ЗІНЕВИЧ

ПЛАСТИНКИ З РЕБРАМИ ЗМІННОЇ ЖОРСТКОСТІ

Вплив підкріплюючих тонких пружних елементів на напружений стан пластин досліджували багато вчених [1, 4, 6, 7], але до цього часу майже відсутні ефективні інженерні методи розрахунку пластин з ребрами змінної жорсткості, застосування яких дає змогу оптимізувати конструкцію за різними критеріями (вага, міцність, жорсткість).

Ми пропонуємо відносно нескладний алгоритм розв'язання плоскої задачі теорії пружності для однозв'язних скінченних