УДК 517.512

Г.П.ГУБАНОВ, Б.В.КОВАЛЬЧУК

# ОЦІНКА ЗАЛИШКУ ПРИ НАБЛИЖЕННІ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ ЗРІЗАНИМИ СЕРЕДНІМИ ВІД ПОЛІНОМІВ, ЩО НАЙЛІПШІ У ЗАДАНІЙ СИСТЕМІ ТОЧОК

Нехай $H_{\omega_1\omega_2}$ є клас неперервних $2\pi$ - періодичних відносно кожної змінної $x$ та $y$ функцій $f(x,y)$, які задовольняють умову

$$|f(x_2,y_2)-f(x_1,y_1)|\leq\omega_1(|x_2-x_1|)+\omega_2(|y_2-y_1|),$$

де $\omega_1(t)$ і $\omega_2(z)$ - задані опуклі модулі неперервності.

Задається система рівновіддалених точок $(x_k,y_l)$, де

$$x_k=\frac{k\pi}{m},\ y_l=\frac{l\pi}{n},\ k=\overline{1,2m},\ l=\overline{1,2n}.$$

Кожній функції $f(x,y)$ з даного класу ставляться у відповідність зрізані середні арифметичні $\sigma_{mn}^{(pq)}(f;x,y)$ від тригонометричних поліномів степеня $(m-1)$ по $x$ і степеня $(n-1)$ по $y$, які найліпше наближають неперервну $2\pi$ - періодичну відносно $x$ та $y$ функцію в заданій системі точок.

Такі суми мають вигляд

$$\sigma_{mn}^{(pq)}(f;x,y)=\frac{1}{4mn(p+1)(q+1)}\sum_{k=1}^{2m}\sum_{l=1}^{2n}f(x_k,y_l)\varphi_m^{(p)}(x,k)\varphi_n^{(q)}(y,l),\quad /1/$$

де

$$\varphi_r^{(s)}(t,\nu)=\sin\frac{2r-s-1}{2}(t_\nu-t)\sin\frac{s+1}{2}(t_\nu-t)\operatorname{cosec}^2\frac{1}{2}(t_\nu-t).$$

Позначимо через $\mathcal{E}_{mn}^{(pq)}(H_{\omega_1\omega_2};x,y)$ верхню межу відхилень функції $f(x,y)$ від поліномів /1/, поширену на весь клас $H_{\omega_1\omega_2}$, тобто

$$\mathcal{E}_{mn}^{(pq)}(H_{\omega_1\omega_2};x,y)=\sup_{f\in H_{\omega_1\omega_2}}|f(x,y)-\sigma_{mn}^{(pq)}(f;x,y)|.$$

Т е о р е м а . Для функцій $f(x,y)$ класу $H_{\omega_1\omega_2}$ справедлива асимптотична рівність

$$\mathcal{E}_{mn}^{(pq)}(H_{\omega_1\omega_2};x,y)=\frac{2}{\pi^2}|\sin mx \sin ny| \ln\frac{m}{p+1}\ln\frac{n}{q+1}\times$$
$$\times\min\left[\omega_1\left(\frac{\pi}{m}\right),\omega_2\left(\frac{\pi}{n}\right)\right]+\frac{1}{\pi}|\sin mx|\ln\frac{m}{p+1}\omega_1\left(\frac{\pi}{m}\right)+\frac{1}{\pi}|\sin ny|\ln\frac{n}{q+1}\times$$
$$\times\omega_2\left(\frac{\pi}{n}\right)+O\left(|\sin mx\cdot \sin ny|\ln\frac{mn}{(p+1)(q+1)}\min\left[\omega_1\left(\frac{\pi}{m}\right),\omega_2\left(\frac{\pi}{n}\right)\right]\right)+$$
$$+O\left(|\sin mx|\omega_1\left(\frac{\pi}{m}\right)+|\sin ny|\omega_2\left(\frac{\pi}{n}\right)\right), \tag{2}$$

де $x\neq x_k$, $y\neq y_l$.

При доведенні теореми ми опираємося на деякі результати, одержані в роботах [2, 3] .

З а у в а ж е н н я . У випадку $\omega_1(t)=Mt^{\alpha}$, $\omega_2(\tau)=N\tau^{\beta}$ $(0<\alpha,\beta\leq 1)$ клас таких функцій позначаємо через $H_{MN}^{(\alpha\beta)}$, де $M, N=const$.
На класі функцій $H_{MN}^{(\alpha\beta)}$ справедлива асимптотична рівність

$$\mathcal{E}_{mn}^{(pq)}(H_{MN}^{(\alpha\beta)};x,y)=\frac{2}{\pi^2}|\sin mx \sin ny|\ln\frac{m}{p+1}\times$$
$$\times\ln\frac{n}{q+1}\min\left[M\left(\frac{\pi}{m}\right)^{\alpha},N\left(\frac{\pi}{n}\right)^{\beta}\right]+\frac{M}{\pi}|\sin mx|\ln\frac{m}{p+1}\left(\frac{\pi}{m}\right)^{\alpha}+$$
$$+\frac{N}{\pi}|\sin ny|\ln\frac{n}{q+1}\left(\frac{\pi}{n}\right)^{\beta}+O\left(|\sin mx\cdot\sin ny|\ln\frac{mn}{(p+1)(q+1)}\times\right.$$
$$\left.\times\min\left[\frac{1}{m^{\alpha}},\frac{1}{n^{\beta}}\right]\right)+O\left(\frac{|\sin mx|}{m^{\alpha}}+\frac{|\sin ny|}{n^{\beta}}\right), \tag{3}$$

де $x\neq x_k$, $y\neq y_l$.

Аналогічна оцінка при $p=q=0$ для інтерполяційних тригонометричних поліномів з рівновіддаленими вузлами інтерполяції одержана в [1] .

Л І Т Е Р А Т У Р А

1. Г а в р и л ю к В.Т. Про наближення функцій двох змінних інтерполяційними поліномами типу сум Фур"є. – ДАН УРСР, 1973, № 4.

2. Г у б а н о в Г.П., К о в а л ь ч у к Б.В. Оцінка залишку при наближенні періодичних функцій двох змінних поліномами, найкращими в заданій системі точок. – ДАН УРСР, 1966, № 1.

3. Г у б а н о в Г.П., К о в а л ь ч у к Б.В. Наближення функцій двох змінних середніми сумами від поліномів, найкращих в заданій системі точок. – "Вісник Львівського ун-ту, серія механіко-математична", 1965, вип. 2.

## П Р И К Л А Д Н А  М А Т Е М А Т И К А

УДК 517.55

Г.Г.ЦЕГЕЛИК

### ВИДІЛЕННЯ БІСМУГ, ЯКІ НЕ МІСТЯТЬ НУЛІВ ПОДВІЙНИХ РЯДІВ ДІРІХЛЕ

Розглянемо збіжний у деякій повній трубчастій області $T_B$ подвійний ряд Діріхле [1,5]

$$f(z,w)=\sum_{\mu,\nu=0}^{\infty} A_{\mu\nu}\exp(\alpha_\mu z+\beta_\nu w), \qquad /1/$$

де

$$A_{00}\neq 0,\ 0=\alpha_0<\alpha_1<\dots\to\infty,\ 0=\beta_0<\beta_1<\dots\to\infty,$$

$$\lim_{\mu\to\infty}\frac{\ln\mu}{\alpha_\mu}=\lim_{\nu\to\infty}\frac{\ln\nu}{\beta_\nu}=0.$$

Позначимо через $M$ множину пар індексів $(\mu,\nu)$, для яких $A_{\mu\nu}\neq 0$; і зафіксуємо пару індексів $(k,l)\in M$.

Нехай $|A_{\mu\nu}|=a_{\mu\nu}$, $(\mu,\nu)\in M$ і $N$ – множина пар індексів $(\mu,l)$, для яких $A_{\mu l}=0$ і хоч би для одного індекса $\nu$ при фіксованому $\mu$ $A_{\mu\nu}\neq 0$ $(\nu\neq l,\mu\neq k)$. Кожній парі індексів $(\mu,l)\in N$ ставимо у відповідність довільні додатні числа $\alpha_{\mu l}$ і $\gamma_{\mu l}$.