ЛІТЕРАТУРА

1. Гаврилюк В.Т. Про наближення функцій двох змінних інтерполяційними поліномами типу сум Фур"є. - ДАН УРСР, 1973, № 4.

2. Губанов Г.П., Ковальчук Б.В. Оцінка залишку при наближенні періодичних функцій двох змінних поліномами, найкращими в заданій системі точок. - ДАН УРСР, 1966, № 1.

3. Губанов Г.П., Ковальчук Б.В. Наближення функцій двох змінних середніми сумами від поліномів, найкращих в заданій системі точок. - "Вісник Львівського ун-ту, серія механіко-математична", 1965, вип. 2.

ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 517.55

Г.Г.ЦЕГЕЛИК

ВИДІЛЕННЯ БІСМУГ, ЯКІ НЕ МІСТЯТЬ НУЛІВ ПОДВІЙНИХ РЯДІВ ДІРІХЛЕ

Розглянемо збіжний у деякій повній трубчастій області T_B подвійний ряд Діріхле [1,5]

$$f(z,w)=\sum_{\mu,\nu=0}^{\infty} A_{\mu\nu}\exp(\alpha_\mu z+\beta_\nu w), \qquad /1/$$

де

$$A_{00}\neq 0,\ 0=\alpha_0<\alpha_1<\dots\to\infty,\ 0=\beta_0<\beta_1<\dots\to\infty,$$

$$\lim_{\mu\to\infty}\frac{\ln\mu}{\alpha_\mu}=\lim_{\nu\to\infty}\frac{\ln\nu}{\beta_\nu}=0.$$

Позначимо через M множину пар індексів (μ,ν), для яких $A_{\mu\nu}\neq 0$; і зафіксуємо пару індексів $(k,l)\in M$.

Нехай $|A_{\mu\nu}|=a_{\mu\nu}$, $(\mu,\nu)\in M$ і N - множина пар індексів (μ,l), для яких $A_{\mu l}=0$ і хоч би для одного індекса ν при фіксованому μ $A_{\mu\nu}\neq 0$ $(\nu\neq l,\mu\neq k)$. Кожній парі індексів $(\mu,l)\in N$ ставимо у відповідність довільні додатні числа $\alpha_{\mu l}$ і $\gamma_{\mu l}$.

Виберемо довільну послідовність додатних чисел /параметрів/ $\{\gamma_{\mu\nu}\}$, яка задовольняє умову

$$\sum_{\substack{(\mu,\nu)\in M \\ (\mu,\nu)\neq(\kappa,\ell)}} \gamma_{\mu\nu} = \gamma_{\kappa\ell} . \qquad /2/$$

Приймемо

$$M \cup N = E \quad і$$

$$C_{\mu\ell}(\kappa,\ell) = \left(\frac{\gamma_{\kappa\ell}\, a_{\mu\ell}}{\gamma_{\mu\ell}\, a_{\kappa\ell}}\right)^{\frac{1}{\alpha_\kappa - \alpha_\mu}} , \quad (\mu,\ell)\in E,$$

$$d_{\mu\nu}(\mu,\ell) = \left(\frac{\gamma_{\mu\ell}\, a_{\mu\nu}}{\gamma_{\mu\nu}\, a_{\mu\ell}}\right)^{\frac{1}{\beta_\ell - \beta_\nu}} , \quad (\mu,\nu)\in E.$$

Нехай

$$r_1 = \max_{\mu<\kappa} C_{\mu\ell}(\kappa,\ell), \qquad R_1 = \inf_{\mu>\kappa} C_{\mu\ell}(\kappa,\ell),$$

$$r_2 = \max_{\nu<\ell} d_{\mu\nu}(\mu,\ell), \qquad R_2 = \inf_{\nu>\ell} d_{\mu\nu}(\mu,\ell).$$

Т е о р е м а 1. Якщо при $\kappa\cdot\ell\neq 0$ існує такий набір параметрів $\{\gamma_{\mu\nu}\}$, $(\mu,\nu)\in M$, який задовольняє умову /2/, що $R_1>r_1, R_2>r_2$, то ряд Діріхле /1/ не перетворюється в нуль у бісмузі

$$\{\ln r_1 \leq Re(z) \leq \ln R_1,\ \ln r_2 \leq Re(w) \leq \ln R_2\}.$$

Т е о р е м а 2. Якщо $\kappa=\ell=0$, то завжди можна вказати такий набір параметрів $\{\gamma_{\mu\nu}\}$, $(\mu,\nu)\in M$, який задовольняє умову /2/, при якому ряд Діріхле /1/ не перетворюється в нуль в області

$$\{-\infty < Re(z) < \ln R_1,\ -\infty < Re(w) < \ln R_2\}.$$

Методика доведення теорем аналогічна як у [2,3].

При $\kappa=0, \ell\neq 0$ і $\kappa\neq 0, \ell=0$ теорема 1 залишається справедливою, однак у першому випадку смуга $\ln r_1 \leq Re(z) \leq \ln R_1$ заміниться півплощиною $-\infty < Re(z) < \ln R_1$, а в другому випадку смуга $\ln r_2 \leq Re(w) \leq \ln R_2$ заміниться півплощиною $-\infty < Re(w) < \ln R_2$.

Слід зауважити, що вперше аналогічні теореми для подвійних рядів Діріхле розглядались в [4] . Для їх знаходження використовували апарат мажорант і діаграм Ньютона.

Якщо розглядати поліном Діріхле від двох комплексних змінних, то теорема 1 для нього залишається справедливою. Однак у випадку поліному Діріхле завжди можна виділити від двох до восьми "максимальних" областей, в яких цей поліном не перетворюється в нуль.

П р и к л а д 1. Нехай

$$f(z,w)=\sum_{\mu,\nu=0}^{2} A_{\mu\nu}\exp(\alpha_\mu z+\beta_\nu w),$$

де $|A_{00}|=|A_{20}|=|A_{02}|=|A_{22}|=0{,}5,\ |A_{10}|=|A_{01}|=|A_{21}|=|A_{12}|=1,$

$|A_{11}|=16,\ \alpha_0=\beta_0=0,\ \alpha_1=\beta_1=0{,}5,\ \alpha_2=\beta_2=1.$

Покладемо $k=l=1,\ \gamma_{00}=\gamma_{10}=\gamma_{20}=\gamma_{01}=\gamma_{21}=\gamma_{02}=\gamma_{12}=$ $=\gamma_{22}=1/8,\ \gamma_{11}=1.$ Тоді на основі теореми 1 одержуємо, що $f(z,w)$ не перетворюється в нуль у бісмузі

$$\{-2\ln 2\le Re(z)\le 2\ln 2,\ -2\ln 2\le Re(w)\le 2\ln 2\}.$$

П р и к л а д 2. Нехай

$$f(z,w)=\sum_{\mu,\nu=0}^{1} A_{\mu\nu}\exp(\alpha_\mu z+\beta_\nu w),$$

де $|A_{\mu\nu}|=1,\ (\mu,\nu=0,1),\ \alpha_0=\beta_0=0,\ \alpha_1=\beta_1=1.$

Покладемо $\gamma_{kl}=1,\ \gamma_{\mu\nu}=\frac{1}{3},\ (\mu,\nu)\ne(k,l)$. Тоді при рівних k і l одержуємо, що $f(z,w)$ не перетворюється в нуль в областях

$$\{-\infty<Re(z)<-\ln 3,\ -\infty<Re(w)<-\ln 3\},$$

$$\{\ln 3<Re(z)<\infty,\ -\infty<Re(w)<-\ln 3\},$$

$$\{-\infty<Re(z)<-\ln 3,\ \ln 3<Re(w)<\infty\},$$

$$\{\ln 3<Re(z)<\infty,\ \ln 3<Re(w)<\infty\}.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Громов В.П. Кратные ряды полиномов Дирихле. – "Сибирский математический журнал", 1969, X, № 3.

2. Костовский А.Н., Цегелик Г.Г. О локализации решений системы двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными с помощью параметров. – "Вычислительная и прикладная математика", 1969, вып.7.

3. Цегелик Г.Г. Виділення смуг, в яких поліноми і ряди Діріхле не перетворюються в нуль. – "Вісник Львівського ун-ту, сер. механіко-математична", 1972, вип. 7.

4. Чулык И.И. Асимтотические свойства мажоранты и диаграммы Ньютона функций двух комплексных переменных и их приложения. Автореф. канд. дисс. Львов, 1972.

5. Artemiades Nicolas. Sur les séries de Dirichlet a deux variables. – "Bull. sci. math.," 1953, 77, mars-avril.

УДК 519.21

І.Д.КВІТ

ПРИСКОРЕНА ЗМІНА ВІДБИТТЯ

1. **Відбиття додатнозначної випадкової змінної.** Нехай додатнозначна випадкова змінна ξ має функцію розподілу

$$\mathcal{F}(t),\ t>0;\ \ \mathcal{F}(0)=0;\quad \int_0^\infty d\mathcal{F}(t)=1. \tag{1}$$

З обмеженості інтеграла /1/ випливає існування таких додатних сталих α та β, що меллінове інтегральне перетворення

$$\varphi(z)=\int_0^\infty t^{z-1}d\mathcal{F}(t),\ \ (z=x+iy,\ i=\sqrt{-1}), \tag{2}$$

абсолютно збігається в смузі

$$1-\alpha<x<1+\beta,\quad (\alpha>0,\ \beta>0), \tag{3}$$

паралельній до осі ординат. Перетворення /2/ назвемо відбит-