дає наближений розв"язок задачі /1/, /2/ з точністю $O(h^{2n})$.

При розв'язуванні задачі /1/, /2/ на ЕОМ з заданою точністю формули /5/, /6/ порівняно з викладеними в [1] дають економію машинного часу більше, ніж в два рази.

Л І Т Е Р А Т У Р А

1. М а р ч у к Г.И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, "Наука", 1973.

УДК 539.3

В.В.КАРПОВ

РОЗРАХУНОК ПЛОСКОГО ЕКРАНА КІНЕСКОПА *

Плоский екран кінескопа має форму пластинки зі скругленими кутами. Нижче розглядається задача згину такої пластинки та досліджується вплив скруглення кутів на величину прогинів і моментів. Наведений нижче розв"язок може бути також використаний як складовий елемент при розв"язанні задачі про напруженодеформований стан пластинки, з"єднаної з циліндричною оболонкою.

1. Розглянемо пластинку, обмежену гладким контуром Γ

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha}+\left(\frac{y}{b}\right)^{\beta}=1. \qquad /1.1/$$

Потрібно визначити функцію $W(x,y)$, яка в області Ω, що зайнята пластинкою, задовольняє рівняння

$$\Delta\Delta W=1, \qquad /1.2/$$

а на контурі Γ - граничні умови

$$W|_{\Gamma}=0, \quad \frac{\partial W}{\partial n}\Big|_{\Gamma}=\varphi(S), \qquad /1.3/$$

* Робота виконана під керівництвом доц.Д.Г.Хлєбнікова.

де $W_1 = \frac{P}{D} \cdot W$ – прогин серединної площини пластинки; P – інтенсивність зовнішнього навантаження; D – циліндрична жорсткість; φ – задана на контурі Γ функція; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа, n – внутрішня нормаль до Γ, S – довжина дуги контура Γ.

2. За В.Л.Рвачовим [2] розв"язок граничної задачі /1.2/ – /1.3/ шукаємо у вигляді

$$W = \omega^2 \Phi_0 + \omega \varphi_0 . \qquad /2.1/$$

де φ_0 – продовження функції φ всередину області Ω; Φ_0 – довільна функція; ω – функція, яка задовольняє умови

$$\omega(x,y) > 0 \text{ в } \Omega, \quad \omega|_\Gamma = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial n}\Big|_\Gamma = 1. \qquad /2.2/$$

Методика побудови такої функції описана в [2]. Для данної задачі функцію ω можна взяти у вигляді

$$\omega = \frac{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^\alpha - \left(\frac{y}{b}\right)^\beta}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^\alpha - \left(\frac{y}{b}\right)^\beta\right]^2 + \frac{\alpha^2 x^{2\alpha-2}}{a^{2\alpha}} + \frac{\beta^2 y^{2\beta-2}}{b^{2\beta}}}} . \qquad /2.3/$$

Функція W у вигляді /2.1/ точно задовольняє граничні умови /1.3/. Довільність у виборі Φ_0 використовуємо для того, щоб наближено задовольнити рівняння /1.2/.

Як відомо [1], задачі розв"язку бігармонійного рівняння /1.2/ відповідає варіаційна задача про мінімум функціоналу, який, враховуючи незалежність граничної задачі /1.2/–/1.3/ від коефіцієнта Пуассона ν, має вигляд

$$J = \iint_\Omega \left[(\Delta W)^2 - 2W\right] dx\,dy. \qquad /2.4/$$

Для наближеного знаходження мінімуму функціоналу використовуємо метод Рітца. Враховуючи симетрію задачі відносно осей координат, невідому функцію Φ_0 шукаємо у вигляді

$$\Phi_0(x,y) = \sum_{i+j=0}^{M} a_{ij} x^{2i} y^{2j} , \qquad /2.5/$$

а невідомі коефіцієнти a_{ij} знаходимо в системи Рітца

$$\sum_{i,j=0}^{M} a_{ij} A_{ijkl} = B_{kl} \quad (k+l=0,1,\dots,M), \qquad /2.6/$$

де

$$A_{ijkl} = \iint_{\Omega} \Delta W_{ij}\, \Delta W_{kl}\, dx\,dy\,;$$

$$B_{kl} = \iint_{\Omega} [W_{kl} - \Delta W_{kl}\, \Delta(\omega \varphi_0)]\, dx\,dy\,; \qquad /2.7/$$

$$W_{ij} = \omega^2 x^{2i} y^{2j}.$$

3. Розглянемо пластинку, жорстко затиснену вздовж контура Γ. У цьому випадку $\varphi \equiv 0$, і третю з умов /2.2/ можна замінити більш слабкою

$$\left.\frac{\partial \omega}{\partial n}\right|_{\Gamma} < +\infty. \qquad /3.1/$$

Внаслідок цього функцію ω можна взяти в більш простому вигляді

$$\omega = 1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\beta}. \qquad /3.2/$$

У цьому випадку коефіцієнти системи /2.6/ явно виражаються через бета-функцію Ейлера $B(x,y)$.

4. Складено АЛГОЛ-програму формування та розв"язування системи /2.6/ для жорстко затисненої пластинки. Досліджено залежність моментів і максимального прогину від значень α і β, що характеризують скруглення кутів прямокутника. Значення максимального прогину /в частках $\frac{Pa^4}{D}$ / та згинальних моментів /в частках Pa^2 / для $\frac{b}{a} = 1{,}2$, $\frac{b}{a} = 1{,}8$ і для $\nu = 0{,}3$ наведено в таблиці. Для прямокутної пластинки результати взято в [3].

З наведених результатів видно, що вже при $\alpha = \beta = 4$ для практичних розрахунків можна не враховувати скруглення кутів. Оскільки в екранах кінескопів, як правило, $\alpha > 4$, $\beta > 4$, то екран кінескопа можна розглядати як прямокутну пластинку.

Прогини та моменти для жорстко затисненої рівномірно навантаженої пластинки

$\alpha = \beta$	W_{max}	$M_x(x=a, y=0)$	$M_y(x=0, y=b)$	$M_x(x=0, y=0)$	$M_y(x=0, y=0)$
$\frac{b}{a} = 1{,}2$					
2	0,0214	−0,171	−0,119	0,104	0,085
4	0,0269	−0,250	−0,215	0,119	0,091
6	0,0275	−0,254	−0,220	0,120	0,091
8	0,0276	−0,254	−0,220	0,120	0,091
10	0,0276	−0,255	−0,221	0,120	0,091
∞	0,02752	−0,2556	−0,2216	0,1196	0,0912
$\frac{b}{a} = 1{,}8$					
2	0,0320	−0,256	−0,079	0,140	0,078
4	0,0385	−0,320	−0,210	0,158	0,071
6	0,0390	−0,323	−0,224	0,160	0,070
8	0,0391	−0,323	−0,225	0,160	0,070
10	0,0392	−0,322	−0,226	0,160	0,071
∞	0,03920	−0,3248	−0,2284	0,1604	0,0696

ЛІТЕРАТУРА

1. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. М.-Л., Физматгиз, 1962.

2. Рвачев В.Л. [и др.] Метод R – функция в задачах об изгибе и колебаниях пластин сложной формы. Киев, "Наукова думка", 1973.

3. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М., Физматгиз, 1963.