

Прийmemo $\alpha_0=1$, $\alpha_n=2^{-n}$ ($n=1, 2, \dots$), тоді $R_1=3^{2\tau}$, $R_2=3^{2(1-\tau)}$ і $f(z)$ не перетворюється в нуль в області

$$\{x > -2\tau \ln 3, y < 2(1-\tau) \ln 3\}.$$

Зокрема, при $\tau=\frac{1}{2}$ одержуємо область:

$$\{x > -\ln 3, y < \ln 3\}.$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Витенько И. В., Костовский А. Н. К теореме Фуживара о нижней границе для модулей нулей степенных рядов. — «Вычислительная и прикладная математика», 1967, вып. 4.

2. Цегелик Г. Г. Виділення смуг, в яких поліноми і ряди Діріхле не перетворюються в нуль. — «Вісник Львівського ун-ту, серія механіко-математична», 1972, вип. 7.

3. Луиц Г. Л. О некоторых обобщениях рядов Дирихле. — «Математический сборник», 1942, т. 10, № 1, 2.

УДК 539.3

Л. И. ОЩИПКО, К. С. ІВАНКІВ, Т. В. ЮДИНА

ОПТИМАЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК ДЕЯКИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЕЛЕКТРОВАКУУМНИХ ПРИБОРІВ

Ставиться задача оптимального проектування електровакуумних приладів. За цільову функцію вибирається вага конструкції. Мінімум цільової функції шукається на допустимому підпросторі, що визначається обмеженнями, накладеними на максимальні розтягуючі напруження.

Розглядається конструкція, що складається з круглої пластинки радіуса R і товщини h_1 , яка спряжена з циліндричною оболонкою довжини l_1 і товщини h_2 , що в свою чергу спряжена з конічною оболонкою довжини l_2 , товщини h_3 і кутом конусності α_k . Конструкція виготовляється зі скла і перебуває під рівномірним зовнішнім тиском інтенсивності q (рис. 1).

Напружений стан пластинки складається з плоского напруженого стану і напруженого стану, що виникає внаслідок згину пластинки. Плоский напружений стан пластинки характеризується радіальним зусиллям T_r і радіальним переміщенням ΔR .

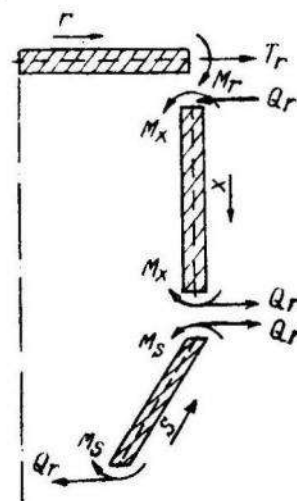


Рис. 1.

$$T_r = -qh_2 Q_2; \Delta R = -\frac{qR(1-\nu)}{E} \cdot \frac{h_2}{h_1} Q_2,$$

Q_2 — безрозмірна перерізуюча сила у циліндричній оболонці при $x=0$.

Прогин шарнірно опертої по контуру пластинки, що перебуває під дією рівномірно розподіленого навантаження інтенсивності q і згинних моментів по контуру $m=qh_2^2 M_2$, має вигляд

$$w_1 = \frac{qR^4}{64 D_1 (1 + \nu)} \left[5 + \nu + \frac{32 h_2^2}{R^2} M_2 - (1 + \nu) \frac{r^2}{R^2} \right] \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right);$$

M_2 — безрозмірний згинний момент у циліндричній оболонці $x=0$; $D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1-\nu^2)}$ — циліндрична жорсткість пластинки;

E — модуль Юнга; ν — коефіцієнт Пуассона матеріалу.

Напружені стани оболонок складаються з безмоментного напруженого стану, що визначається заданим осесиметричним навантаженням, і крайового ефекту, який записується через функції Крилова K_0, K_1, K_2, K_3 [3]:

$$w_2(x) = -\frac{2-\nu}{2} \cdot \frac{qR^2}{Eh_2} + C_1 K_0(\beta_1) - C_2 K_1(\beta_1) - C_3 K_2(\beta_1) - C_4 K_3(\beta_1);$$

$$\vartheta(x) = b_2 [4C_1 K_3(\beta_1) + C_2 K_0(\beta_1) + C_3 K_1(\beta_1) + C_4 K_2(\beta_1)];$$

$$M_x(x) = D_2 b_2^2 [4C_1 K_2(\beta_1) - 4C_2 K_3(\beta_1) + C_3 K_0(\beta_1) + C_4 K_1(\beta_1)];$$

$$Q_r(x) = D_2 b_2^2 [4C_1 K_1(\beta_1) - 4C_2 K_2(\beta_1) - 4C_3 K_3(\beta_1) + C_4 K_0(\beta_1)];$$

$$\beta_1 = b_2 x; b_2 = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{Rh_2}}; D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1-\nu^2)},$$

де $w_2, \vartheta(x), M_x, Q_r$ — прогин, кут повороту, згинний момент та перерізуюча сила, що виникають у циліндричній оболонці.

Аналогічно для конічної оболонки

$$u_r(s) = -\frac{q \sin^2 \alpha_k}{2Eh_3 \cos \alpha_k} \left[(2-\nu) s^2 + \nu (s_1^2 - s_2^2) \right] + \cos \alpha_k \cdot \frac{s}{s_1} \times$$

$$\times [C_5 K_0(\beta_2) - C_6 K_1(\beta_2) - C_7 K_2(\beta_2) - C_8 K_3(\beta_2)];$$

$$\vartheta(s) = \frac{q \operatorname{tg}^2 \alpha_k}{2Eh_3} s \left(3 + \frac{s_1^2 - s_2^2}{s^2} \right) + b_3 \left[4C_5 K_3(\beta_2) + C_6 K_0(\beta_2) + \right.$$

$$\left. + C_7 K_1(\beta_2) + C_8 K_2(\beta_2) \right] \cdot \sqrt{\frac{s}{s_1}};$$

$$M_s(s) = D_3 b_3^2 [4C_5 K_2(\beta_2) - 4C_6 K_3(\beta_2) + C_7 K_0(\beta_2) + C_8 K_1(\beta_2)];$$

$$Q_r(s) = -\frac{q \sin^2 \alpha_k}{2 \cos \alpha_k} \cdot \frac{s^2 - s_1^2 + s_2^2}{s} + \frac{D_3 b_3^3}{\cos \alpha_k} \sqrt{\frac{s_1}{s}} [4C_5 K_1(\beta_2) -$$

$$- 4C_6 K_2(\beta_2) - 4C_7 K_3(\beta_2) + C_8 K_0(\beta_2)];$$

$$\beta_2 = 2 \cdot \sqrt[4]{3(1-\nu^2)} \cdot \frac{\sqrt{s} - \sqrt{s_1}}{\sqrt{h_3 \operatorname{tg} \alpha_k}}; \quad b_2 = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{h_3 s_1 \operatorname{tg} \alpha_k}};$$

$$D_3 = \frac{Eh_3^3}{12(1-\nu^2)};$$

$U_r, \vartheta(s), M_s, Q_r$ — радіальне переміщення, кут повороту, згинний момент та перерізуюча сила, що виникають у конічній оболонці.

Умови спряження елементів конструкції і шарнірного опирання конічної оболонки мають вигляд

$$\begin{aligned} M_r|_{r=R} &= -M_x|_{x=0}; & T_r|_{r=R} &= Q_r|_{x=0}; \\ \Delta R|_{r=R} &= w_2|_{x=0}; & \vartheta|_{r=R} &= -\vartheta|_{x=0}; \\ M_x|_{x=l_1} &= M_s|_{s=s_2}; & Q_r|_{x=l_1} &= -Q_r|_{s=s_2}; \\ w_1|_{x=l_1} &= u_r|_{s=s_2}; & \vartheta|_{x=l_1} &= -\vartheta|_{s=s_2}; \\ M_s|_{s=s_1} &= 0; & u_r|_{s=s_1} &= 0. \end{aligned}$$

На алгоритмічній мові «Алгол-60» складена програма, що визначає постійні M_2, Q_2, C_i ($i=\overline{1,8}$) і аналізує напружений стан конструкції.

Тоді задача оптимального проектування зводиться до знаходження мінімуму

$$V = \pi \left[R^2 h_1 + \frac{1}{4} h_1^2 h_2^2 + 2Rl_1 h_2 + l_2 (2R - l_2 \sin \alpha_k) h_3 \right] \quad (1)$$

при обмеженнях

$$\sigma_x^{\max} \leq [\sigma]; \quad \sigma_r^{\max} \leq [\sigma], \quad (2)$$

$[\sigma]$ — допустиме напруження.

Регульованими параметрами будуть товщини елементів конструкції. Аналогічно [2] задачу зводимо до задачі геометричного програмування, пряма задача якого формулюється так:

мінімізувати

$$g_0(\bar{h}) = c_1 h_1 + c_2 h_2^2 h_1 + c_3 h_2 + c_4 h_3, \quad (3)$$

при обмеженнях вимушених

$$g_1(\bar{h}) = c_5 h_1^{a_{51}} h_2^{a_{52}} h_3^{a_{53}} \leq 1; \quad g_2(\bar{h}) = c_6 h_1^{a_{61}} h_2^{a_{62}} h_3^{a_{63}} \leq 1 \quad (4)$$

і натуральних

$$h_i > 0; \quad i=1, 2, 3. \quad (5)$$

При фіксованих значеннях нерегульованих параметрів

$$\begin{aligned} E &= 6240 \text{ кг/мм}^2; \quad \nu = 0,2; \quad [\sigma] = 0,9 \text{ кг/мм}^2; \quad q = 0,01 \text{ кг/мм}^2; \\ l_1 &= 25 \text{ мм}; \quad l_2 = 18,9 \text{ мм}; \quad R = 19,45 \text{ мм}; \quad s_2 = 38,9 \text{ мм}; \\ s_1 &= 20 \text{ мм}; \quad \alpha_k = \pi/6 \end{aligned} \quad (6)$$

постійні в (3), (4) рівні

$$\begin{aligned} c_1 &= 0,378302 \cdot 10^3; & a_{51} &= -0,237168 \cdot 10^1; \\ c_2 &= 0,250000 \cdot 10^0; & a_{52} &= 0,282358 \cdot 10^0; \\ c_3 &= 0,972500 \cdot 10^3; & a_{53} &= -0,169740 \cdot 10^{-3}; \\ c_4 &= 0,422710 \cdot 10^3; & a_{61} &= -0,316260 \cdot 10^0; \\ c_5 &= 0,270109 \cdot 10^1; & a_{62} &= -0,179805 \cdot 10^1; \\ c_6 &= 0,270583 \cdot 10^1; & a_{63} &= -0,961983 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

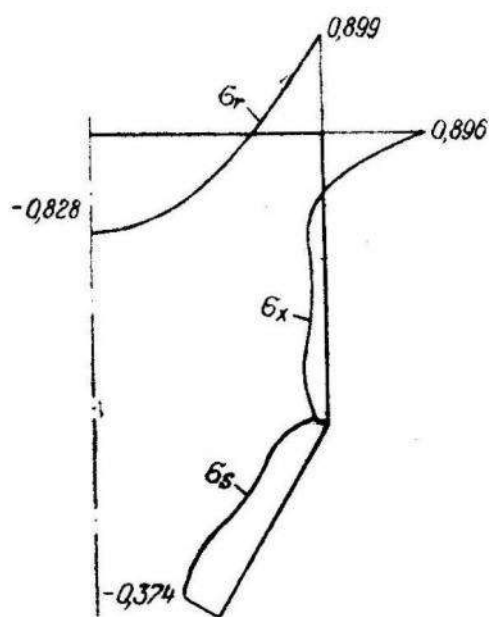


Рис. 2.

Ступінь важкості даної задачі дорівнює двом, а тому двоїсті змінні δ_i ($i=\overline{1,6}$) відповідної двоїстої задачі записуються через компоненти вектора нормалізації і векторів нев'язки у вигляді

$$\delta_i = b_i^0 + r_1 b_i^1 + r_2 b_i^2; \quad i = \overline{1,6}. \quad (7)$$

Компоненти вектора нормалізації і векторів нев'язки визначаються за допомогою систематичних процедур з матриці експонент прямої задачі a_{ij} . Базисні змінні r_k ($k=\overline{1,2}$) знаходяться з системи трансцендентних рівнянь [1]

$$\prod_{i=1}^6 c_i^{b_i^j} = \prod_{i=1}^6 (b_i^0 + r_1 b_i^1 + r_2 b_i^2)^{b_i^j} \times \prod_{i=5}^6 (b_i^0 + r_1 b_i^1 + r_2 b_i^2)^{b_i^j}. \quad (8)$$

Записавши двоїсті змінні на основі (7) і визначивши двоїсту функцію

$$v(\bar{\delta}) = \left[\prod_{i=1}^6 c_i^{b_i^0} \right] \times \left[\prod_{i=1}^6 \delta_i^{-b_i^0} \right] \times \left[\prod_{i=5}^6 \delta_i^{b_i^0} \right],$$

з першої теореми двоїстості визначаємо мінімізуючу точку прямої програми.

Для фіксованих значень нерегульованих параметрів (6) одержано оптимальні товщини $h_1=1,6215$ мм; $h_2=1,6289$ мм; $h_3=0,4904$ мм.

На рис. 2 показано розподіл напружень у конструкції при оптимальних товщинах. З точністю проведених обчислень максимальні напруження дорівнюють допустимим.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К. Геометрическое программирование. М., «Мир», 1972.
2. Ощипко Л. И., Іванків К. С. Застосування геометричного програмування до оптимізації по вазі тонкостінних конструкцій. — «Вісник Львівського ун-ту, серія механіко-математична», 1976, вип. 11.
3. Прочность, упругость, колебания. Справочник. Т. 1. М., «Машиностроение», 1968.

УДК 518:517.948

Ю. М. ЩЕРБИНА

ОДИН КЛАС ІТЕРАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ У БАНАХОВОМУ ПРОСТОРИ

У роботі [9] (с. 188—197) запропоновано клас ітераційних методів високого порядку збіжності для розв'язування нелінійних алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Тому що обчислювальні схеми всіх методів з цього класу використовують лише першу похідну, значення якої на кожному кроці обчислюється лише в одній точці, то цікавим є узагальнення методів з [9] для розв'язування операторних рівнянь у банаховому просторі.

Нехай задано рівняння

$$P(x) = 0, \quad (1)$$

де P — достатньо гладкий нелінійний оператор, що діє з банахового простору X у банахів простір Y . Розглянемо клас ітераційних методів для розв'язування задачі (1)

$$x_{n+1} = x_n - \sum_{k=1}^{m-1} a_k^{(m)} F_k^{(m)}(x_n), \quad (2)$$

$$\text{де } F_k^{(m)}(x) = \Gamma(x) P \left[x + \sum_{j=1}^{k-1} b_{k,j}^{(m)} F_j^{(m)}(x) \right], \quad \Gamma(x) = [P'(x)]^{-1},$$

$$F_1^{(m)}(x) = \Gamma(x) P(x), \quad \sum_{j=1}^0 = 0, \quad a_k^{(m)}, b_{k,j}^{(m)} \text{ — дійсні коефіцієнти.}$$

Для вибору конкретного методу з класу (2) величина m фіксується наперед. Коефіцієнти $a_k^{(m)}$, $b_{k,j}^{(m)}$ обчислюються з умов забезпечення порядку збіжності не нижче m , а також найбільшої ефективності [2] для розв'язування певного класу задач. Це здійснюється таким чином. Виділимо з класу (2), наприклад, наступний алгоритм ($m=3$)

$$x_{n+1} = \Phi(x_n), \quad (3)$$