Список літератури: 1. Л і с е в и ч Л.М., С в і р ч е в с ь к а Ж.С. Існування майже періодичного розв"язку однієї задачі для гіперболічного рівняння другого порядку. - "Доп. АН УРСР, сер. А", 1973, №7.
2. Rabinowitz P.H. Periodic solutions of Nonlinear Hyperbolic Partial Differential Equations. -, Com. Pure and Appl. Math.", 1967, 20, №1, 145.

УДК 517.43

Г. І. Чуйко

ПРО ПРЕДСТАВЛЕННЯ АБЕЛЕВОЇ ГРУПИ ОПЕРАТОРІВ В ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРІ

Дж. Уермер довів, що для довільної обмеженої абелевої групи G операторів у гільбертовому просторі H існує обмежений самоспряжений оператор B з обмеженим всюди визначеним оберненим B^{-1}, таким, що оператор BTB^{-1} унітарний для всіх $T \in G$.

Наша мета - довести аналог леми Уермера, відкинувши вимогу обмеженості групи G.

Теорема. Нехай H - сепарабельний гільбертів простір, а $G \subset B(H)$ - абелева група і виконуються такі умови:

1/ в H існує сепарабельна узагальнена спектральна міра P, така, що для будь-яких $\Delta \in D(P)$ і $T \in G$

$$P(\Delta)T = TP(\Delta);$$

2/ для будь-якого $\Delta \in D(P)$ $\sup\limits_{T \in G} \| P(\Delta)T \| < \infty$.

Тоді існує скалярний добуток $(\cdot,\cdot)_0$ на лінійному многовиді $\widetilde{H} = \bigcup\limits_{\Delta \in D(P)} P(\Delta)H$, еквівалентний на $P(\Delta)H$, $\Delta \in D(P)$ скалярному добутку $(\cdot,\cdot)$ простору H, та існує $(\cdot,\cdot)_0$-самоспряжений оператор B з оберненим B^{-1}, таким, що оператор BTB^{-1} в істотному $(\cdot,\cdot)_0$-унітарний для кожного $T \in G$

Зауваження. Умови I, 2 природні в тому сенсі, що для обмеженої абелевої групи G завжди існує звичайна спектральна міра, яка задовольняє ці умови. Дійсно, коли така спектральна міра існує, то умова 2 виконується тривіально /оскільки спектральна міра обмежена/. Легко переконатися /за допомогою теореми фон Неймана [1]/, що для кожної абелевої групи $G\subset B(H)$ існує спектральна міра, яка комутує з операторами групи G .

Доведення. З умов I, 2 випливає, що множина $G_\Delta=\{T_\Delta=TP(\Delta), T\in G\}$ є обмеженою абелевою групою операторів в $H^\Delta=P(\Delta)H$. Тому за лемою Уермера [2] існує оператор $B_\Delta\in B(H^\Delta)$ з потрібними властивостями. У роботі [3] доведено існування скалярного добутку $(\cdot,\cdot)_0$, який заданий на лінійному многовиді $\widetilde{H}=\bigcup\limits_{\Delta\in D(P)} H^\Delta$ і еквівалентний вихідному скалярному добутку на кожному H^Δ, і такий, що всі оператори $P(\Delta)$, $\Delta\in D(P)$ $(\cdot,\cdot)_0$- симетричні на многовиді $\widetilde{H}$. Оскільки узагальнена спектральна міра сепарабельна, то можна побудувати послідовність множин $\{\Delta_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\Delta_n\in D(P)$, які попарно не перетинаються, і такі, що множина $\Delta\in D(P)$ покривається скінченним числом множин Δ_n .

Простори $H^{\Delta_n}(\cdot,\cdot)_0$- ортогональні, і їх об"єднання $\widetilde{H}$ щільне в H . Користуючись лемою Уермера, побудуємо на кожному H^{Δ_n} оператори B_{Δ_n} , $B_{\Delta_n}^{-1}$, самоспряжені відносно скалярного добутку $(\cdot,\cdot)_0$, і такі, що $B_{\Delta_n} T_{\Delta_n} B_{\Delta_n}^{-1}$ - унітарний оператор в H^{Δ_n} . Тоді [4] в H існує єдиний самоспряжений /відносно $(\cdot,\cdot)_0$/ оператор B /відповідно B^{-1} /, що збігається з B_{Δ_n} /відповідно з $B_{\Delta_n}^{-1}$ /, на кожному H^{Δ_n}

$$D(B)=\{x \mid x\in H: \sum_n \|B_{\Delta_n}P(\Delta_n)x\|_0^2<\infty\} ,$$

$$Bx=\sum_n B_{\Delta_n}P(\Delta_n)x .$$

Очевидно, що оператор B - шуканий.

Робота виконана під керівництвом В.Е.Лянце.

Список літератури: 1. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М., "Наука", 1966. 2. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Т.3. М., "Мир", 1974. 3. Лянце В.Э. Об одном обобщении понятия спектральной меры. "Математический сборник", 1963, т.61, вып.1.
4. Рисс Ф., Секефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М., ИЛ, 1954.

УДК 517.944:947

Марія Мартиненко, канд.фіз.-мат.наук

ПРО ФУНДАМЕНТАЛЬНІ РОЗВ"ЯЗКИ ЕЛІПТИЧНИХ СИСТЕМ У РІМАНОВОМУ ПРОСТОРІ

Ріманів простір введений А.Зоммерфельдом [3] як просторовий аналог ріманової поверхні. Якщо розглядувана функція у звичайному просторі n - значна, то візьмемо n екземплярів звичайного тривимірного простору та позначимо у них лінії розгалуження цієї функції /легко видно, що багатозначні функції у просторі мають лінії розгалуження, а не точки, як у плоскому випадку/. Натягнемо на лінії розгалуження поверхні певного вигляду та розріжемо кожний просторовий екземпляр вздовж цих поверхонь. Одержані при цьому верхні та нижні сторони розрізуваних поверхонь склеємо одну з одною так, як це робиться у теорії ріманових поверхонь, і одержимо n -листковий ріманів простір.

Фундаментальною матрицею системи рівнянь з частинними похідними еліптичного типу в n -листковому рімановому просторі назвемо матричну функцію двох точок x та y з такими властивостями:

1/ вона неперервна та обмежена всюди в рімановому просторі, за винятком точки $x=y$, у якій має характерну особливість класичного фундаментального розв"язку розглядуваної системи;