тором /2/. Цей оператор залишає інваріантними області, обмежені контуром $x^4+y^4=a^4$.

Список літератури: 1. Г ю н т е р Н.М. Интегрирование уравнений 1-го порядка в частных производных. М., Гостехиздат, 1943. 2. В е с е л о в с к а я А.А. Общее линейное дифференциальное уравнение с частными производными 4-го порядка на плоскости, инвариантное относительно группы вращений. - В сб.: Теоретические и прикладные вопросы алгебры и дифференциальных уравнений. Институт математики АН УССР. К., 1976. 3. К а м к е Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., Физматгиз, 1967. 4. К о с т е н к о В.Г., В е с е л о в с ь к а О.О. Загальне лінійне диференціальне рівняння в частинних похідних другого порядку на площині, інваріантне відносно однієї заданої групи перетворень. - "Вісник Львів. ун-ту, сер. мех-мат.", 1972, вип.7. 5. О в с я н н и к о в Л.В. Групповые свойства дифференциальных уравнений. Новосибирск, 1963. 6. Lie S. Vorlesungen über Differential-gleichungen mit bekannten infinitesimalen Transformationen. Leipzig, 1891.

УДК 517.512.2

Я.Г.Притула, канд.фіз.-мат.наук

АБСОЛЮТНА ЗБІЖНІСТЬ РЯДІВ ФУР"Є І ЧАСТКОВІ МОДУЛІ ГЛАДКОСТІ

Нехай $f(x,y)$ -майже періодична функція класу S^p /S^p м.п./, спектр якої має єдину точку згущення в нулі або на нескінченності. Ряд Фур"є її можна записати у симетричному вигляді

$$f(x,y)\sim\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}A_{jk}e^{i(\lambda_j x+\mu_k y)}$$

$$/\lambda_{-j}=-\lambda_j,\ \mu_{-k}=-\mu_k,\ \lambda_j>0 \text{ при } j>0,\ \mu_k>0 \text{ при } k>0,$$

$$\sum_k |A_{j,k}|+|A_{-j,k}|\neq 0,\ \sum_j |A_{j,k}|+|A_{-j,k}|\neq 0/.$$

Тут послідовності $\{\lambda_j\}$ і $\{\mu_k\}$ – монотонні. Якщо $\lim_{j\to\infty}\lambda_j = a$ і $\lim_{k\to\infty}\mu_k = b$, то вважатимемо, що функція $f(x,y)$ належить до класу $L_{a,b}$.

Для S^p м.п. функції $f(x,y)$, яка належить до класу $L_{\infty,\infty}$, введемо поняття часткових різниць і модулів гладкості

$$\Delta^{(0)}(x,y,h;f,1) = f(x,y);$$

$$\Delta^{(m)}(x,y,h;f,1) = \Delta^{(m-1)}(x+h,y,h;f,1) - \Delta^{(m-1)}(x-h,y,h;f,1);$$

$$m = 1,2,\ldots,$$

$$\omega_p^{(m)}(\delta;f,1) = \sup_{|h|\le\delta}\left[M\{|\Delta^{(m)}(x,y,h/2;f,1)|^p\}\right]^{1/p}.$$

Аналогічно визначаємо частковий модуль гладкості $\omega_p^{(m)}(\delta;f,2)$

Нехай S^p м.п. функція $f(x,y)$ належить до класу $L_{0,0}$. Для неї визначимо $\tilde\Delta^{(0)}(x,y,h;f,1) = f(x,y)$,

$$\tilde\Delta^{(m)}(x,y,h;f,1) = h\int_0^\infty e^{-hs}\Delta^{(m-1)}(x-s,y,h;f,1)\,ds,$$

$$\tilde\omega_p^{(m)}(h;f,1) = \left[M\{|\tilde\Delta^{(m)}(x,y,h;f,1)|^p\}\right]^{1/p}.$$

Аналогічно розглядаємо величину $\tilde\omega_p^{(m)}(h;f,2)$

Введемо ще такі позначення:

$K(m) = \max\limits_{\lambda_j\le m} j$ і $M(n) = \max\limits_{\mu_k\le m} k$, якщо $f(x,y)\in L_{\infty,\infty}$,

$K(m) = \max\limits_{\lambda_j\ge m} j$ і $M(n) = \max\limits_{\mu_k\ge m} k$, якщо $f(x,y)\in L_{0,0}$

Тут розглянуто умови збіжності ряду

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}|A_{j,k}|^\beta,\quad 0<\beta<q,\quad 1/p+1/q=1 \qquad /1/$$

Справедливі такі теореми.

<u>Теорема I</u>. Якщо для S^p м.п. функції $f(x,y)$ $/1<p\le 2/$ з класу $L_{\infty,\infty}$ збігаються ряди

$$\sum_{n=1}^{\infty}\{M(2^{n+1})[K(2^{n+1})-K(2^n)]\}^{1-\beta/q}\left[\omega_p^{(m)}(2^{-n};f,1)\right]^\beta,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left\{K(2^{n+1})\left[M(2^{n+1})-M(2^{n})\right]\right\}^{1-\beta/q}\left[\omega_p^m(2^{-n};f,2)\right]^{\beta},$$

тоді ряд /I/ збігається.

<u>Теорема 2.</u> Якщо для S^p м.п. функції $f(x,y)$ $/1<p\leq 2/$ з класу $L_{0,0}$ збігаються ряди

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left\{M(2^{-(n+1)})\left[K(2^{-(n+1)})-K(2^{-n})\right]\right\}^{1-\beta/q}\left[\tilde{\omega}_p^{(m)}(2^{-n};f,1)\right]^{\beta}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left\{K(2^{-(n+1)})\left[M(2^{-(n+1)})-M(2^{-n})\right]\right\}^{1-\beta/q}\left[\tilde{\omega}_p^{(m)}(2^{-n};f,2)\right]^{\beta}$$

тоді ряд /I/ збігається.

<u>Теорема 3.</u> Якщо для S^p м.п. функції $f(x,y)$ $/1<p\leq 2/$ з класу $L_{0,0}$ збігаються ряди

$$\sum_{n=1}^{\infty}2^{2n(1-\beta/q)}\left[\tilde{\omega}_p^{(m)}(\lambda_{2^n};f,1)\right]^{\beta},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}2^{2n(1-\beta/q)}\left[\tilde{\omega}_p^{(m)}(\mu_{2^n};f,1)\right]^{\beta},$$

то ряд /I/ збігається.

Для функцій з класів $L_{\infty,0}$ і $L_{0,\infty}$ справедливі теореми аналогічні теоремам I,2.

У випадку періодичної функції $f(x,y)$ результат теореми I одержав М.Ф.Тіман *.

У доведенні теорем використовуємо рівність

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}|A_{j,k}|^{\beta}=\sum_{|\lambda_j|\leq 1}\sum_{|\mu_k|\leq 1}|A_{j,k}|^{\beta}+\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j\in D_n}\sum_{k\in E_n}|A_{j,k}|^{\beta}+$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j\in B_n}\sum_{k\in F_n}|A_{j,k}|^{\beta},$$

де у випадку функції з класу $L_{\infty,\infty}$

$$B_n=\{j:2^n<|\lambda_j|\leq 2^{n+1}\},\quad E_n=\{k:2^n<|\mu_k|\leq 2^{n+1}\},$$

$$D_n=\{j:0\leq|\lambda_j|<2^{n+1}\},\quad F_n=\{k:0\leq|\mu_k|\leq 2^{n}\}.$$

* Т и м а н Н.Ф. Частные наилучшие приближения функции, абсолютная сходимость рядов Фурье и ядерность интегральных операторов Гильберта-Шмидта. - "Математический сборник", 1968, т.75 /117/3.

Суми виду

$$\sum_{j\in D_n}\sum_{k\in E_n}|A_{j,k}|^{\beta}$$

оцінюємо, використовуючи нерівності Хаусдорфа-Юнга і Гельдера.

УДК 517.9

Л.О.Старокадомський

ПРО НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ"ЯЗОК ДЕЯКИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОЛІНОМІВ ЧЕБИШЕВА

Розглянемо лінійне диференціальне рівняння n -го порядку з поліноміальними коефіцієнтами на проміжку $[0,1]$

$$L_n(y)=0, \qquad /1/$$

розв"язок якого задовольняє n початкові або крайові умови.

Серед численних методів наближенного розв"язку таких рівнянь помітне місце займають розв"язки, в яких $y(x)$ шукається за допомогою поліномів з невизначеними коефіцієнтами. З теорії диференціальних рівнянь відомо, що залежно від структури рівняння /1/, типу його особливої точки /нехай це буде нульова точка/ вказані поліноми можуть бути введені через вирази Y вигляду

$$P_k(x);\ e^{\alpha x}P_k(x);\ x^{\mu}P_k(x);\ \ln^{\nu} x\, P_k(x), \qquad /2/$$

де α, μ, ν - деякі сталі; $P_k(x)$ - поліном степення k [2]. При підстановці виразів /2/ в рівняння /1/ одержимо знову вирази вигляду /2/, де P_k заміняється поліномами $Q_N(x)$, коефіцієнти яких залежать від α або μ, або ν і від коефіцієнтів $P_k(x)$. Похибка $L_N(Y)$, з якою задовольнятиметься рівняння /1/, буде залежати, таким чином, від $Q_N(x)$