УДК 517.537

Г.Г.Цегелик, канд.фіз.-мат.наук

ПРО ОБЛАСТЬ ЗБІЖНОСТІ РЯДІВ ТИПУ ТЕЙЛОРА-ДІРІХЛЕ

Розглянемо ряд типу Тейлора-Діріхле [2]

$$f(z)=\sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu z^{m_\nu} e^{-\lambda_\nu z}, \qquad /1/$$

де

$$0<\lambda_1<\lambda_2<\cdots, \lim_{n\to\infty}\lambda_n=\infty;\ 0<m_1<m_2<\cdots, \lim_{n\to\infty} m_n=\infty;$$

A_ν – довільні комплексні числа.

Позначимо

$$\rho_1=\lim_{n\to\infty}\frac{\lambda_n}{m_n}, \quad \rho_2=\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\lambda_n}{m_n}.$$

Нехай

$$\mathfrak{M}_{f_1}(z)=\sum_{\nu=1}^{\infty} T_\nu e^{-\lambda_\nu z}, \quad \mathfrak{M}_{f_2}(z)=\sum_{\nu=1}^{\infty} T_\nu^{*} e^{-m_\nu z}$$

є відповідно мажоранти Ньютона [1] рядів

$$f_1(z)=\sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu e^{-\lambda_\nu z}, \quad f_2(z)=\sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu e^{-m_\nu z}.$$

Використовуючи результати робіт [1,2], одержуємо такі теореми.

Теорема 1. Якщо виконується умова

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}=0,$$

то ряд /1/ збігається абсолютно в областях

$$|z|\geq 1,\ |z|<e^{\rho_1(x-K_1)} \qquad \text{і} \qquad |z|\leq 1,\ |z|<e^{\rho_2(x-K_1)}$$

і розбігається в областях

$$|z|\geq 1,\ |z|>e^{\rho_2(x-K_1)} \quad \text{і} \quad |z|\leq 1,\ |z|>e^{\rho_1(x-K_1)},$$

де

$$K_1=\lim_{n\to\infty}\frac{\ln T_n}{\lambda_n}=0.$$

Теорема 2. Якщо виконується умова

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\ln n}{m_n},$$

то ряд /I/ збігається абсолютно в областях

$$x\geq 0,\ |z|<e^{\rho_1 x-K_2} \qquad \text{і} \quad x\leq 0,\ |z|<e^{\rho_2 x-K_2}$$

і розбігається в областях

$$x\geq 0,\ |z|>e^{\rho_2 x-K_2} \qquad \text{і} \quad x\leq 0,\ |z|>e^{\rho_1 x-K_2},$$

де

$$K_2=\lim_{n\to\infty}\frac{\ln T_n^*}{m_n}.$$

Список літератури: I. Костовський О.М., Цегелик Г.Г. Побудова мажорант та діаграм Ньютона рядів Діріхле. - "Вісник Львів. ун-ту, сер.мех.-мат.", I97I, вип.6. 2. Лунц Г.Л. О рядах типа Тейлора-Дирихле. - "Изв. АН Арм.ССР, сер.физ.-мат.наук", I96I, I4, № 2.