7. П е л е х Б.Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. К., Наукова думка, 1973. 8. Р о з е н б е р г Л.А. О давлении твердого тела на пластинку. – Инженерный сборник, 1955, т.21.
9. Ш в а б ю к В.И., М у р з а в е ц к и й П.Т. Контактная задача для трансверсально изотропных балок и плит с учетом поверхностной структуры контактирующих тел. – Строительная механика и расчет сооружений, 1977, вып.9.

УДК 517.512

М.Й.Михалюк

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЙ, ЩО МАЮТЬ ОБМЕЖЕНУ ДРУГУ ВАРІАЦІЮ

Означення. Нехай на проміжку $[a,b]$ визначена функція $f(x)$. Функцію $f(x)$ назвемо функцією з обмеженою другою варіацією, якщо суми

$$\sum_{k=0}^{n-1}\left|\Delta^2\left(f,\frac{x_k+x_{k+1}}{2}\right)\right|=\sum_{k=0}^{n-1}\left|f(x_k)+f(x_{k+1})-2f\left(\frac{x_k+x_{k+1}}{2}\right)\right|$$

залишаються обмеженими при будь-якому розбитті $[a,b]$ точками

$$x_k,\ k=0,1,\dots n,\quad x_0=a,\ x_n=b.$$

Користуючись елементарними міркуваннями й обчисленнями, не важко показати, що є такі леми:

Лема 1. Якщо $f(x)$ має обмежену другу варіацію на проміжку $[a,b]$, то майже всюди існує співвідношення

$$\overline{\lim_{h\to 0}}\left|\frac{\Delta^2(f,x)}{h}\right|=\overline{\lim_{h\to 0}}\left|\frac{f(x+h)+f(x-h)-2f(x)}{h}\right|<\infty.$$

Лема 2. Нехай для функції $f(x)$, визначеній на $[a,b]$, виконується умова

$$\lim_{d(\Pi)\to 0}\sum_{i=0}^{n-1}\left|f(x_i)+f(x_{i+1})-2f\left(\frac{x_i+x_{i+1}}{2}\right)\right|=0,$$

де
$$d(\Pi)=\max_i|x_{i+1}-x_i|.$$

Тоді $f(x)$ задовольняє умову гладкості майже у кожній точці проміжка $[a,b]$, тобто

$$\lim_{h\to 0}\frac{\Delta^2(f,x)}{h}=0.$$

Лема 3. Нехай $f(x)$ – вимірна за Лебегом на вимірній множині E. Позначимо через E_A^{ε} множину точок $x\in E$ для яких:

I/ існує симетрична множина P_x відносно точки x;

2/ для кожної точки x існує послідовність інтервалів $\{x-d_m(x), x+d_m(x)\}$ таких, що для будь-якого m

$$\frac{mes\, P_x\cap\{x-d_m(x), x+d_m(x)\}}{2d_m(x)}\geq\varepsilon>0;$$

3/ $$\frac{f(x+h)+f(x-h)-2f(x)}{h}\geq A \quad \text{при } x+h\in P_x.$$

Тоді множина E_A^{ε} – вимірна за Лебегом.

Лема 4. Для вимірної функції $f(x)$, визначеній на вимірній множині E, функція

$$W_1(x)=\overline{\lim_{h\to 0}}\frac{\Delta^2(f,x)}{h}$$

також L -вимірна.

Лема 5. Нехай $f(x)$, визначена на $[a,b]$, має обмежену другу варіацію і

$$\lim_{n\to\infty} m^*\{f(x)>n\}=0.$$

Тоді множина точок, для яких існує

$$\lim_{h\to 0}\frac{\Delta^2(f,x)}{h},$$

вимірна за Лебегом.

Спираючись на вище сформульовані леми, методами теорії функцій дійсної змінної можна показати справедливість теореми, яка є основою роботи.

Теорема. Нехай $f(x)$ визначена на проміжку $[a,b]$ і задовольняє такі умови:

I/ функція $f(x)$ має обмежену другу варіацію;

2/ існує

$$\lim_{d(\Pi)\to 0} \sum_{k=0}^{n-1} \left| \Delta^2\left(f, \frac{x_k + x_{k+1}}{2}\right) \right|,$$

це $d(\Pi) = \max_i |x_i - x_{i+1}|$.

Тоді множина

$$\tilde{A} = \left\{ x \in [a,b], \exists \lim_{h\to 0} \frac{\Delta^2(f,x)}{h} \right\}$$

є повної міри, тобто $m\tilde{A} = b - a$.

Список літератури: I. Песін I.М. Вимірність майже всюди симетрично-неперервних функцій. - Доповіді та повідомлення Львів. держ. ун-ту, 1961, ч.2, вип.9. 2. Пономарьов С.П. Про деякі питання симетричної неперервності і симетричної диференційованості. Автореф.дис. ... канд.фіз.-мат.наук. Львів, 1966.

УДК 517.913

Ю.В.Жерновий, В.Г.Костенко

ЛІНІЙНІ ЗВИЧАЙНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ П"ЯТОГО ПОРЯДКУ, ІНТЕГРОВАНІ У ЗАМКНУТІЙ ФОРМІ

Мета нашої роботи полягає в тому, щоб з усіх лінійних звичайних диференціальних рівнянь п"ятого порядку виділити сукупність тих, фундаментальну систему розв"язків яких можна знайти у замкнутій формі і дати їх схему визначення.

Відомо [2], що рівняння

$$y^{(V)} + A(x)y''' + B(x)y'' + C(x)y' + D(x)y = 0 \qquad /1/$$

може бути інваріантним лише відносно групи перетворень з операторами виду

$$X_1 = \xi(x)\frac{\partial}{\partial x} + 2\xi'(x)y\frac{\partial}{\partial y}, \qquad /2/$$

$$X_2 = y\frac{\partial}{\partial y},$$