Тепер на основі повноти простору Σ_2 можна довести справедливість твердження.

Теорема 8. Якщо $\lambda_{n+1}-\lambda_n>\alpha>0$ і $\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\|C_\nu\|^2<\infty$, то в просторі Σ_2 існує S^2- майже періодична матриця $F(x)$, для якої ряд /6/ є її матричним рядом Фур"є.

Список літератури: I. Левитан Б.М. Почти периодические функции. М., Гостехиздат, 1953. 2. Лісевич Л.М., Ковальчук Б.В. S^p - майже періодичні матриці та лінійна система диференціальних рівнянь з S^p- майже періодичною правою частиною. - Вісник Львівського ун-ту, серія механіко-математична, 1973, вип. 8. 3. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М., Гостехиздат, 1957.

УДК 519.21

І.Д.Квіт, В.М.Косарчин

ПРО КЛАС ДОДАТНИХ ВИПАДКОВИХ ЗМІННИХ, ЩО МАЮТЬ ЛИШЕ РОЗЩЕПНІ ФАКТОРИ

Визначимо такі чотири класи випадкових змінних:

1. Клас L додатних випадкових змінних ξ /для $\xi\in L$ функція розподілу ймовірностей $F(t)=0$ при $t\leq 0$ /.

2. Клас Φ цих змінних із класу L, що мають відбиття

$$\varphi(z)=\int_0^\infty t^{z-1}\,dF(t),\ 1-\alpha<\operatorname{Re}z<1+\beta,\ (\alpha>0,\ \beta>0). \qquad /1/$$

/Класи L,Φ та відповідна термінологія з робіт [1, 2] /.

3. Клас B цих змінних із класу Φ, що при довільному натуральному $n=2,3,4,\ldots$ можна записати як добуток n незалежних однаково розподілених випадкових змінних /для $\xi\in B$ відбиття є n-й степінь іншого відбиття/.

4. Клас S цих змінних із класу B, що не мають нерозщепних факторів.

З означення класів маємо співвідношення

$$L \supset \Phi \supset B \supset S. \qquad /2/$$

Покажемо на прикладах, що включення у співвідношенні /2/ строгі. Справді, випадкова змінна ξ логарифмічно Коші з густиною

$$p(t) = \frac{1}{\pi t\,(1+\ln^2 t)}, \quad t>0$$

додатна, але не має відбиття; $\xi \in L$ і $\xi \bar{\in} \Phi$.

Логарифмічно біномна випадкова змінна ξ з функцією розподілу

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t<1, \\ q, & 1 \le t < e,\ 0<q<1, \\ 1, & e \le t \end{cases}$$

належить до класу L і має відбиття

$$\varphi(z) = q + (1-q)e^{z-1}, \quad -\infty < Re\,z, \qquad /3/$$

але не може бути записана як добуток хоча б двох незалежних однаково розподілених випадкових змінних; $\xi \in \Phi$ і $\xi \bar{\in} B$.

Логарифмічно геометрична випадкова змінна ξ з функцією розподілу

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t<e, \\ \sum\limits_{k=1}^{[\ln t]} (1-q)q^{k-1}, & e \le t,\ 0<q<1 \end{cases} \qquad /4/$$

має відбиття

$$\varphi(z) = \sum_{k=1}^{\infty} e^{k(z-1)}(1-q)q^{k-1} = \frac{(1-q)e^{z-1}}{1-qe^{z-1}}, \quad Re\,z < 1+\ln\frac{1}{q}. \qquad /5/$$

Оскільки відбиття /5/

$$\varphi(z) = e^{z-1+\ln(1-q)-\ln(1-qe^{z-1})} = e^{z-1+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{q^k}{k}(e^{k(z-1)}-1)}$$

при довільному натуральному $n = 2,3,4,\ldots$ можна записати як n-й степінь відбиття

$$\varphi_n(z) = \exp\left\{\frac{z-1}{n} + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{q^k}{k}\left(e^{k(z-1)}-1\right)\right\},$$

то випадкова змінна з розподілом /4/ належить до класу B . Але, на основі тотожності

$$\frac{1}{1-x} = \prod_{k=0}^{\infty} \left(1+x^{2^k}\right), \quad |x|<1$$

відбиття /5/ набуває вигляду

$$\varphi(z) = e^{z-1} \prod_{k=0}^{\infty} \frac{1+q^{2^k} e^{2^k(z-1)}}{1+q^{2^k}} = e^{z-1} \prod_{k=0}^{\infty} \varphi_k(z),$$

де кожний множник $\varphi_k(z)$, як і /3/, нерозщепний; $\xi \in B$ і $\xi \bar{\in} S$.

<u>Теорема.</u> Добуток імпульсу, логарифмічно нормальної та логарифмічно пуасонівської випадкових змінних належить до класу S .

Дійсно, якщо додатна випадкова змінна ξ має відбиття

$$\varphi_\xi(z) = e^{\alpha(z-1)-\beta(z-1)^2+\lambda(e^{z-1}-1)}, \quad -\infty < Re\, z \qquad /6/$$
$$(Im\,\alpha = 0,\ \beta \geq 0,\ \lambda > 0)$$

то відбиття її довільного фактора η представляється у вигляді

$$\varphi_\eta(z) = e^{\gamma(z-1)-\mu(z-1)^2+\nu(e^{z-1}-1)}, \quad -\infty < Re\, z,$$
$$(Im\,\gamma = 0,\ 0 \leq \mu \leq \beta,\ 0 \leq \nu \leq \lambda).$$

Отже, випадкова змінна з відбиттям /6/ має лише континуально розщепні фактори.

Відзначимо, що класи B та S відповідно є аналогами класу безмежно подільних випадкових змінних та класу J_0 випадкових змінних, що мають лише розкладні доданки /про клас J_0 див. у роботі [3]/. Як показують розглянуті приклади, приналежність чи неприналежність випадкової змінної до класу B та S повністю визначається її відбиттям.

<u>Список літератури:</u> I. Квит И.Д. О расщеплении положительных случайных величин на независимые факторы. - В кн.: Материалы Всесоюзного симпозиума по статистике случайных процессов. Киев, 1973. 2. Квіт І.Д., Косарчин В.М. Експонентні та логарифмічні розподіли. Відбиття та проблема моментів.- Вісник Львівського ун-ту, сер. мех.-мат., 1978, вип.13. 3. Линник Ю.В. Разложения вероятностных законов. Изд-во Ленинград. ун-та, 1960.