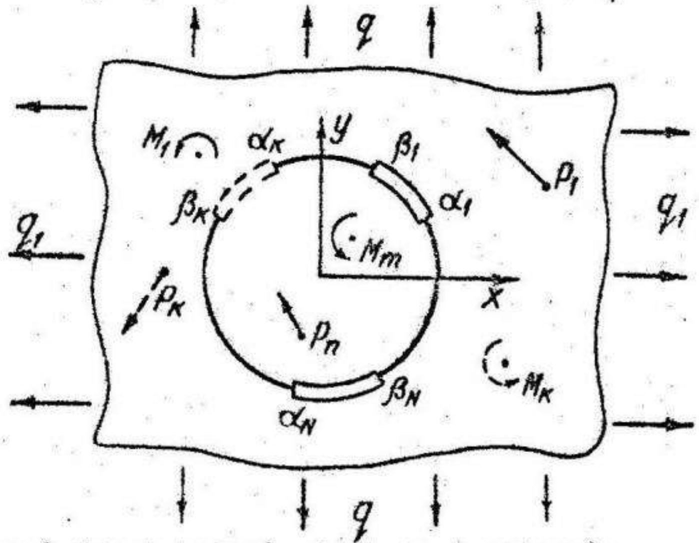
Список літератури: 1. Гуляр А.И., Кислоокий В.Н., Черный Б.М. Решение трехмерной задачи теплопроводности в криволинейной системе координат методом конечных элементов.- Сопротивление материалов и теория сооружений, 1974, вып.22.
2. Дудыкевич А.Т., Людкевич И.В. Численное решение трехмерной задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом сеток. - Вычислительная и прикладная математика, 1977, вып.32. 3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М., Мир, 1975.
4. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. М., Наука, 1967. 5. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М., Наука, 1970. 6. Савула Я.Г., Шинкаренко Г.А. Метод скінченних елементів. Львів, Вища школа, вид-во при Львів.ун-ті, 1976.

УДК 539.311

Д.В.Грилицький, Ю.І.Сорокатий, Г.Т.Сулим

СИСТЕМА СИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗАДАЧІ ДЛЯ ТОНКОСТІННИХ ПРУЖНИХ ВКЛЮЧЕНЬ ПО ДУЗІ КОЛА

Будуємо систему сингулярних інтегральних рівнянь плоскої теорії пружності, що дає розв"язок задачі про збурення напружено-деформованого стану системою N-пружних тонкостінних включень постійної товщини $2h$, які розташовані на границі L розмежування матеріалів диску S_1 радіусом R і безмежної пластинки S_2 з відповідно пружними характеристиками ν_j, E_j $(j=1,2)$/див.рисунок/. Вважаємо, що пружні константи всіх включень ν_0, E_0, а їхні осьові лінії складають у сукупності лінію $L'=\bigcup_{k=1}^{N}\overset{\smile}{\alpha_k\beta_k}\subset L$. Компонент перебуває під дією однорідного поля напружень на безмежності $(\sigma_y^\infty = q, \sigma_x^\infty = q_1, \tau_{xy}^\infty = 0)$ і системи зосереджених сил $P_j = P_{xj} + iP_{yj}$, прикладених у точках z_{oj} $(j = \overline{1,n})$, та моментів M_j, прикладених у точках z_{jo} $(j = \overline{1,m})$.



Граничні умови задачі запишемо у вигляді:

$$[\sigma_{\rho 2}(t) + i\tau_{\rho\theta 2}(t)] - [\sigma_{\rho 1}(t) + i\tau_{\rho\theta 1}(t)] = f'(t), \quad t \in L', \qquad /1/$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\{[v_{\rho 2}(t) + iv_{\theta 2}(t)] - [v_{\rho 1}(t) + iv_{\theta 1}(t)]\} = iRg'(t) + Rg(t)/\,it, \; t \in L'. \qquad /2/$$

Функції $f(t)$; $g(t)$ – невідомі, причому $f'(t) = g(t) = 0$, коли $t \notin L'$. Радіальні та дотичні напруження $\sigma_{\rho j}, \tau_{\rho\theta j}$, компоненти вектора переміщень $v_{\rho j}$, $v_{\theta j}$ /індекс j відносить відповідну величину до області S_j, $j = 1,2$/ повинні задовольняти умови контакту середовища з тонким пружним включенням

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{v_{\theta 2} + v_{\theta 1}}{2}\right) + \frac{1}{R}\left(\frac{v_{\rho 2} + v_{\rho 1}}{2}\right) = k_0 T - k_1 \frac{\sigma_{\rho 2} + \sigma_{\rho 1}}{2},$$

$$\frac{v_{\theta 2} - v_{\theta 1}}{2h} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{v_{\rho 2} + v_{\rho 1}}{2}\right) - \frac{1}{R}\left(\frac{v_{\theta 2} + v_{\theta 1}}{2}\right) = \frac{1}{\mu_0}\frac{\tau_{\rho\theta 2} + \tau_{\rho\theta 1}}{2}, \qquad /3/$$

$$\frac{v_{\rho 2} - v_{\rho 1}}{2h} = k_0 \frac{\sigma_{\rho 2} + \sigma_{\rho 1}}{2} - k_1 T,$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\theta}(v_{\theta 2} - v_{\theta 1}) + \frac{1}{R}(v_{\rho 2} - v_{\rho 1}) = -k_2(\sigma_{\rho 2} - \sigma_{\rho 1}),$$

де $T = N_{\alpha_K} - \frac{R}{2h} \int_{\alpha_K}^{\beta_K} [\tau_{\rho\theta 2}(\theta) - \tau_{\rho\theta 1}(\theta)] d\theta - \int_{\alpha_K}^{\beta_K} [\tau_{\rho\theta 2}(\theta) + \tau_{\rho\theta 1}(\theta)] d\theta.$

Якщо в областях $S_j \ (j = 1, 2)$ ввести в розгляд функції

$$\Omega_j(z) = \omega_j'(z) = \left[z\bar{\Phi}_j\left(\frac{R^2}{z}\right) + \bar{\Psi}_j\left(\frac{R^2}{z}\right)\right]' = \left[\bar{\Phi}_j\left(\frac{R^2}{z}\right) - \frac{R^2}{z}\bar{\Phi}_j'\left(\frac{R^2}{z}\right) - \frac{R^2}{z^2}\bar{\Psi}_j'\left(\frac{R^2}{z}\right)\right], \quad /4/$$

де $\Phi_j(z) = A_j(z) + \Phi_{oj}(z), \ \Psi_j(z) = G_j(z) + \Psi_{oj}(z)$ – /5/

потенціали Колосова-Мусхелішвілі [2], і перейти до границі при $z \to t = Re^{i\theta}$, то умови /1/, /2/ перепишемо

$$[\Phi_{o2}(t) - \Omega_{o1}(t)]^+ - [\Phi_{o1}(t) - \Omega_{o2}(t)]^- = f'(t) + a'(t), \quad /6/$$

$$\left[\frac{\varkappa_2}{2\mu_2}\Phi_{o2}(t) + \frac{1}{2\mu_1}\Omega_{o1}(t)\right]^+ - \left[\frac{\varkappa_1}{2\mu_1}\Phi_{o1}(t) + \frac{1}{2\mu_2}\Omega_{o2}(t)\right]^- = g'(t) + G(t), \quad /7/$$

де $A_j(z)$, $G_j(z), a'(t), G(t)$ – відомі функції, що залежать від навантаження; $\Phi_{oj}(z), \Psi_{oj}(z)$ і $\Omega_{oj}(z)$ – невідомі голоморфні функції у площині з розрізом по L'.

За формулами Сохоцького–Племеля з /6/ та /7/ одержуємо

$$X^{\pm}(t) = \pm\frac{1}{2}[f'(t) + a'(t)] + \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f'(\varsigma) + a'(\varsigma)}{\varsigma - t} d\varsigma, \quad /8/$$

$$Y^{\pm}(t) = \pm\frac{1}{2}[g'(t) + G(t)] + \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{g'(\varsigma) + G(\varsigma)}{\varsigma - t} d\varsigma, \quad /9/$$

де

$$X^+(t) = \Phi_{o2}^+(t) - \Omega_{o1}^+(t); \ Y^+(t) = \frac{\varkappa_2}{2\mu_2}\Phi_{o2}^+(t) + \frac{1}{2\mu_1}\Omega_{o1}^+(t),$$
$$X^-(t) = \Phi_{o1}^-(t) - \Omega_{o2}^-(t); \ Y^-(t) = \frac{\varkappa_1}{2\mu_1}\Phi_{o1}^-(t) + \frac{1}{2\mu_2}\Omega_{o2}^-(t). \quad /10/$$

З /10/ легко записати

$$\Phi_{o2}^+(t) = \frac{\mu_2}{c_{21}}X^+(t) + \frac{2\mu_1\mu_2}{c_{21}}Y^+(t), \ \Omega_{o1}^+(t) = \frac{\mu_1\varkappa_2}{c_{21}}X^+(t) + \frac{2\mu_1\mu_2}{c_{21}}Y^+(t),$$
$$\Phi_{o1}^-(t) = \frac{\mu_1}{c_{12}}X^-(t) + \frac{2\mu_1\mu_2}{c_{12}}Y^-(t), \ \Omega_{o2}^-(t) = -\frac{\mu_2\varkappa_1}{c_{12}}X^-(t) + \frac{2\mu_1\mu_2}{c_{12}}Y^-(t). \quad /11/$$

Скориставшись відомими [2] зображеннями напружень і переміщень через комплексні потенціали та врахувавши /5/, /10/ і /11/, маємо

$$\sigma_{\rho 1}(t)+i\tau_{\rho\theta 1}(t) = -m_{12}^{+} f'(t) - l_1^{-} g'(t) + m_{12}^{-}\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f'(\xi)d\xi}{\xi-t} + l_1^{+}\frac{1}{\pi i}\int_L \frac{g'(\xi)d\xi}{\xi - t} + A(t),$$

$$\sigma_{\theta 2}(t) = 4\,\mathrm{Re}\{A_2(t)+\Phi_{02}^{+}(t)\} - \sigma_{\rho 2}(t), \quad \sigma_{\theta 1}(t) = 4\,\mathrm{Re}\{A_1(t)+\Phi_{01}^{-}(t)\} - \sigma_{\rho 1}(t), \qquad /12/$$

$$v_{\rho 1}(t) + i v_{\theta 1}(t) = \frac{R}{t}\left\{-l_2^{-} f(t) + m_{21}^{+} g(t) + l_2^{+} \frac{1}{\pi i}\int_L \frac{f(\xi)d\xi}{\xi-t} - m_{21}^{-} \frac{1}{\pi i}\int_L\frac{g(\xi)d\xi}{\xi-t}\right\} + B(t),$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[v_{\rho 1}(t)+iv_{\theta 1}(t)\right] = i\left\{-l_2^{-} f'(t) - m_{21}^{-} g'(t) + l_2^{+}\frac{1}{\pi i}\int_L \frac{f'(\xi)d\xi}{\xi-t} - m_{21}^{-}\frac{1}{\pi i}\int_L\frac{g'(\xi)d\xi}{\xi-t}\right\}+$$

$$+\frac{i}{t}\left\{l_2^{-} f(t)+m_{21}^{+} g(t) - l_2^{+}\frac{1}{\pi i}\int_L\frac{f(\xi)d\xi}{\xi-t} + m_{21}^{-}\frac{1}{\pi i}\int_L\frac{g(\xi)d\xi}{\xi-t}\right\} + D(t).$$

Для відокремлення дійсної та уявної частини у співвідношеннях /12/ скористаємось відображенням лінії L' на відрізок дійсної осі $L^* = \bigcup_{k=1}^{N} [a_k, b_k]$ за допомогою функції

$$t = -R\,\frac{x+i\gamma}{x-i\gamma}\cdot e^{i\alpha}, \qquad /13/$$

де $\gamma = ctg\frac{\pi-\varepsilon}{2}$, α та ε довільні кути, що задовольняють умови

$$\beta_N < \alpha+\pi < \alpha_1, \quad \varepsilon < \frac{\beta_N-\alpha_1}{2}.$$

Задовольнивши умови /3/, 1, вважаючи, що $f(t)=f_1(x)+if_2(x), g(t)=f_3(x)+if_4(x)$, одержимо систему сингулярних інтегральних рівнянь для визначення невідомих функцій $f_j(x)$, $(j=\overline{1,4})$

$$\sum_{j=1}^{4} \left\{a_{ij}(x)f_j'(x) + b_{ij}(x)\frac{1}{\pi}\int_{L^*}\frac{f_j'(\xi)d\xi}{\xi-x} + \int_{a_1}^{x} \lambda_{ij}(y)\frac{1}{\pi}\int_{L^*}\frac{f_j'(\xi)d\xi}{\xi-y}\,dy + \right.$$

$$\left. +\int_{a_1}^{x} k_{ij}(x,y)f_j'(y)dy + \sum_{k=1}^{N} d_{ij}(x)\left[f_j(\xi)\right]_{a_k}^{b_k}\right\} = F_i(x), \quad i=\overline{1,4}, \qquad /14/$$

де $F_i(x)$ – відомі функції. У /12/, /14/ прийнято такі позначення:

$$m_{kj}^{\pm} = \mu_k\frac{c_{jk}\pm c_{kj}\varkappa_j}{2c_{12}c_{21}}; \quad n_{kj}^{\pm} = \mu_k\frac{3c_{jk}\pm c_{kj}\varkappa_j}{2c_{12}c_{21}}; \quad l_1^{\pm} = \mu_1\mu_2\left(\frac{1}{c_{12}}\pm\frac{1}{c_{21}}\right),$$

$$l_2^{\pm} = \frac{c_{21}\varkappa_1 \pm c_{12}\varkappa_2}{4c_{12}c_{21}}; \quad c_{kj} = \mu_k + \varkappa_k\mu_j, \quad (k,j=1,2;\ k\ne j);$$

$$\lambda_{11} b_{11}(x) = -b_{13}(x) = \lambda_{11} R_2(x) R; \quad -\lambda_{11} b_{12}(x) = b_{14}(x) = \lambda_{11}(x) R \cdot R_1(x);$$

$$\lambda_{21} b_{21}(x) = b_{23}(x) = \lambda_{21} R \cdot R_1(x); \quad \lambda_{21} b_{22}(x) = b_{24}(x) = \lambda_{21} \cdot R \cdot R_2(x);$$

$$\lambda_{31} b_{31}(x) = b_{33}(x) = \lambda_{31} R R_2(x); \quad \lambda_{31} b_{32}(x) = b_{34}(x) = -\lambda_{31} \cdot R \cdot R_1(x);$$

$$b_{4j}(x) = 0, \; \lambda_{2j}(y) = \lambda_{4j}(y) = k_{4j}(x,y) = d_{4j}(x) = 0; \quad (j = \overline{1,4});$$

$$\lambda_{13} a_{11}(x) = \lambda_{12} a_{13}(x) = \lambda_{12} \lambda_{13} R R_1(x); \; \lambda_{13} a_{12}(x) = \lambda_{12} a_{14}(x) = \lambda_{12} \lambda_{13} R \cdot R_2(x);$$

$$\lambda_{23} a_{21}(x) = \lambda_{22} a_{23}(x) = \lambda_{22} \lambda_{23} R R_2(x); \; \lambda_{23} a_{22}(x) = \lambda_{22} a_{24}(x) = -\lambda_{23} \lambda_{22} R R_1(x);$$

$$\lambda_{33} a_{31}(x) = \lambda_{32} a_{33}(x) = \lambda_{33} \lambda_{32} R \cdot R_1(x); \; \lambda_{33} a_{32}(x) = \lambda_{32} a_{34}(x) = \lambda_{32} \lambda_{33} R R_2(x);$$

$$a_{41}(x) = k_2 a_{43}(x) = k_2 R R_1(x); \quad a_{42}(x) = k_2 a_{44}(x) = k_2 R R_2(x);$$

$$\gamma_{14} \lambda_{11}(y) = \gamma_{13} \lambda_{13}(y) = \gamma_{14} \gamma_{13} R_4(y); \quad \gamma_{14} \lambda_{12}(y) = \gamma_{13} \lambda_{14}(y) = \gamma_{13} \gamma_{14} R_3(y);$$

$$\gamma_{32} \lambda_{31}(y) = \gamma_{13} \lambda_{33}(y) = \gamma_{31} \gamma_{32} R_3(y); \; \gamma_{32} \lambda_{32}(y) = \gamma_{31} \lambda_{34}(y) = \gamma_{31} \gamma_{32} R_4(y);$$

$$k_{11}(x,y) = -\lambda_1 R_3(y); \; k_{12}(x,y) = \lambda_1 R_4(y); \; k_{13}(x,y) = k_{14}(x,y) = 0;$$

$$k_{21}(x,y) = \lambda_2 R_4(x); \; k_{22}(x,y) = \lambda_2 R_3(x); \; k_{23}(x,y) = k_{24}(x,y) = 0;$$

$$k_{31}(x,y) = -\lambda_4 R_3(y); \; k_{32}(x,y) = \lambda_4 R_4(y); \; k_{33}(x,y) = -\lambda_3 R_3(x); \; k_{34}(x,y) = \lambda_3 R_4(x);$$

$$d_{11}(x) = \frac{1}{\pi}\left[\frac{x}{2\gamma} - \gamma_{13}\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{\gamma} - \frac{\varphi_k}{2}\right)\right]; \; d_{12}(x) = -\frac{1}{2\pi}\left[1 + \gamma_{13} \ln \frac{x^2+\gamma^2}{1+\gamma^2}\right];$$

$$d_{21}(x) = -d_{22}(x) = -\frac{x}{2\pi\gamma}; \; d_{23}(x) = \left[\frac{\lambda_{21}}{2\pi} + \lambda_2 R_4(x)\right]; \; d_{24}(x) = \left[\lambda_2 R_3(x) - \frac{\lambda_{21} x}{2\pi\gamma}\right];$$

$$d_{31}(x) = -\frac{1}{\pi}\left[\frac{x}{2\gamma} - \gamma_{33}\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{\gamma} - \frac{\varphi_k}{2}\right)\right]; \; d_{32}(x) = -\frac{1}{2\pi}\left[1 + \gamma_{33} \ln \frac{x^2+\gamma^2}{1+\gamma^2}\right];$$

$$d_{33}(x) = \frac{1}{\pi}\left[\gamma_{34}\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{\gamma} - \frac{\varphi_k}{2}\right) - \frac{\lambda_{21} x}{2\gamma}\right] - \lambda_3 R_3(x);$$

$$F_1(x) = \frac{2k_0}{\Lambda_1} \int_{\alpha_1}^{x} \operatorname{Jm}\{A(x)\} \frac{2\gamma}{x^2+\gamma^2} dx + \frac{k_0 R}{\Lambda_1} N_{\alpha_k} - \frac{k_1 R}{\Lambda_1} \operatorname{Re}\{A(x)\} - \frac{1}{\Lambda_1} \operatorname{Re}\{B(x)\} -$$

$$- \frac{R}{\Lambda_1} \operatorname{Jm}\{D(x)\}; \; d_{34}(x) = \lambda_3 R_4(x) - \frac{1}{2\pi}\left[\lambda_{31} + \gamma_{14} \ln \frac{x^2+\gamma^2}{1+\gamma^2}\right]; \quad /15/$$

$$F_2(x) = R \mu_0 \operatorname{Re}\{D(x)\} - \mu_0 \operatorname{Jm}\{B(x)\} + R \operatorname{Jm}\{A(x)\}; \; F_4(x) = 0;$$

$$F_3(x) = \frac{k_1 R}{k_0 m_{12}} N_{\alpha_k} - \frac{R}{m_{12}} \operatorname{Re}\{A(x)\} + \frac{2k_1}{k_0 m_{12}} \int_{\alpha_1}^{x} \operatorname{Jm}\{A(x)\} \frac{2\gamma}{x^2+\gamma^2} dx,$$

$$\Lambda_1 = l_2^+ + k_1 m_{12}^- ;\quad \Lambda_2 = -(\mu_0 l_2^+ + m_{12}^-);\quad \Lambda_3 = m_{21}^+ - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - m_{12}^+ ;$$

$$\lambda_{11} = (m_{21}^- - k_1 l_1^+)/\Lambda_1 ;\quad \lambda_{12} = (l_2^- - k_1 \Lambda_3)/\Lambda_1 ;\quad \lambda_{13} = (\lambda_3 + k_1 l_1^-)/\Lambda_1 ;$$

$$\lambda_{21} = (\mu_0 m_{21}^- - l_1^+)/\Lambda_2 ;\quad \lambda_{22} = (\mu_0 l_2^- - \Lambda_3)/\Lambda_2 ;\quad \lambda_{23} = (\mu_0 \Lambda_3 + l_1^-)/\Lambda_2 ;$$

$$\lambda_{31} = l_1^+ / m_{12}^- ;\quad \lambda_{32} = -\Lambda_3 / m_{12}^- ;\quad \lambda_{33} = l_1^- / m_{12}^- ;\quad \lambda_1 = k_0 R / 2h\Lambda_1 ;$$

$$\lambda_2 = \mu_0 R / 2h\Lambda_2 ;\quad \lambda_3 = R / 2hk_0 m_{12}^- ;\quad \lambda_4 = k_1 R / 2hk_0 m_{12}^- ;\quad \gamma_{11} = 2k_0 \Lambda_3 / \Lambda_1 ;$$

$$\gamma_{12} = 2k_0 l_1^- / \Lambda_1 ;\quad \gamma_{13} = -2k_0 m_{12}^- / \Lambda_1 ;\quad \gamma_{34} = -2k_1 l_1^+ / k_0 m_{12}^- ;\quad \gamma_{14} = -2k_0 l_1^+ / \Lambda_1 ;$$

$$\gamma_{31} = -2k_1 \Lambda_3 / k_0 m_{12}^- ;\quad \gamma_{32} = 2k_1 l_1^- / k_0 m_{12}^- ;\quad \gamma_{33} = -2k_1 / k_0 ;\quad R_1(x) = x/R ;$$

$$R_2(x) = (\gamma^2 - x^2)/2\gamma R ;\quad R_3(x) = (\gamma^2 - x^2)/(\gamma^2 + x^2) ;\quad R_4(x) = 2\gamma x / (\gamma^2 + x^2) .$$

Функції $f_j(x)$ задовольняють додаткові умови

$$\int_{\alpha_K}^{\beta_K} [\tau_{\rho\theta 2}(\theta) - \tau_{\rho\theta 1}(\theta)] d\theta + \frac{2h}{R} \int_{\alpha_K}^{\beta_K} [\tau_{\rho\theta 2}(\theta) + \tau_{\rho\theta 1}(\theta)] d\theta = \frac{2h}{R}(N_{\beta_K} - N_{\alpha_K}) = const ;$$

$$\frac{R}{2h} \int_{\alpha_K}^{\beta_K} [\sigma_{\rho 2}(\theta) - \sigma_{\rho 1}(\theta)] d\theta - \frac{1}{2} \int_{\alpha_K}^{\beta_K} [\sigma_{\rho 2}(\theta) + \sigma_{\rho 1}(\theta)] d\theta + \frac{1}{2} \int_{\alpha_K}^{\beta_K} [\sigma_{\theta 2}(\theta) + \sigma_{\theta 1}(\theta)] d\theta = \tau^c_{\beta_K} - \tau^c_{\alpha_K} = const ;$$

$$\int_{\alpha_K}^{\beta_K} \frac{\partial}{\partial \theta} [v_{\rho 2}(\theta) - v_{\rho 1}(\theta)] d\theta = \alpha_{\beta_K} - \alpha_{\alpha_K} = const , \qquad /16/$$

$$\int_{\alpha_K}^{\beta_K} \frac{\partial}{\partial \theta} [v_{\theta 2}(\theta) - v_{\theta 1}(\theta)] d\theta = c_{\alpha_K} - c_{\beta_K} = const \qquad (K = \overline{1, N}) .$$

У випадку абсолютно жорсткого включення $/E_0 \to \infty/$ $f_3(x) = f_4(x) = 0$ і система /14/ вироджується у рівняння

$$\frac{1}{\pi i} \int_L \frac{\overline{f_1'(\tau)\, d\tau}}{\tau - t} - \frac{l_2^-}{l_2^+} \overline{f'(t)} = -\frac{1}{R l_1^+} \left\{ B(t) + i R D(t) \right\} ,\ t \in L' \qquad /17/$$

для визначення $f_1(x)$ і $f_2(x)$.

Для розрізу, коли $E_0 \to 0, f_1(x) = f_2(x) = 0$, одержуємо рівняння

$$\frac{1}{\pi i}\int_{L}\frac{g'(\tau)d\tau}{\tau - t} - \frac{l_1^-}{l_1^+}g'(t) = -\frac{L}{l_1^+}A(t),\ t \in L'. \qquad /18/$$

Відзначимо, що при $R \to \infty$ так, що $R d\theta_k = const$ система /І4/ переходить у відому систему рівнянь для визначення напруженого стану в пластинці з прямолінійними тонкостінними включеннями [I] .

Список літератури: І. Грилицкий Д.В., Сулим Г.Т. Периодическая задача для упругой плоскости с тонкостенными включениями. - ПММ, т.39, І975, № 3. 2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., Наука, І966.

УДК 539.377

Т.Л.Мартинович, С.І.Кібальнікова

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ НАПРУЖЕНЬ В АНІЗОТРОПНІЙ ПЛАСТИНЦІ ПРИ ЗАДАНІЙ ТЕМПЕРАТУРІ НА КОНТУРІ КРИВОЛІНІЙНОГО ОТВОРУ

Розглянемо плоску задачу стаціонарної термопружності для нескінченної анізотропної пластинки S , ослабленої криволінійним отвором $\mathcal{L}$, що описується рівнянням $x + iy = R(e^{i\theta} + \sum_{k=1}^{N} C_k e^{-ik\theta}),\ (\sum_{k=1}^{N} k|C_k|^2 < 1)$. Матеріал пластинки наділений прямолінійною анізотропією відносно пружних і теплових властивостей. Торцьові площини пластинки теплоізольовані. На контурі отвору $\mathcal{L}$ задана температура $T/_{\mathcal{L}} = T_c(s)$, а на зовнішній границі пластинки, віддаленій у нескінченність, підтримується стала температура T_∞ . Беручи до уваги, що $T = 2 Re \Phi_3(z_3)$, $z_3 = x + \mu_3 y$ [4], задача зводиться до визначення аналітичної функції $\Phi_3(z_3)$ з граничної умови