С п и с о к   л і т е р а т у р и :  1. М а р т ы н о в и ч  Т.Л. Точное решение плоской задачи теории упругости для анизотропной пластинки с криволинейным отверстием.–Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1976, № 6.  2.  2. М а р т ы н о в и ч  Т.Л.,  Н и щ е н к о  И.А.,  М а х м у л  А л л а м. Температурные напряжения около эллиптического отверстия в анизотропной пластинке. – Прикладная механика, 1974, т.10, вып. I.  3. К і б а л ь н і к о в а  С.І. Визначення температурних напружень в рівномірно нагрітій анізотропній пластинці з криволінійним отвором. – Вісник Львів.політехн.ін-ту, № 119, Математика і механіка, 1977.  4. У з д а л е в  А.И.  Некоторые задачи термоупругости анизотропного тела. Изд-во Саратовского ун-та, 1967.  5. У з д а л е в  А.И.,  Ю р ь е в а  А.А. Концентрация температурных напряжений в ортотропной пластинке с квадратным отверстием. – Прикладная механика, 1970, т.6, вып.2.

УДК 533.311

О.О. Євтушенко

## НАПРУЖЕНИЙ СТАН КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ СМУГИ З ВКЛЮЧЕННЯМ

Наше дослідження, як і праці [1,2], присвячене задачі про рівновагу кусково-однорідної смуги з тонкостінним пружним включенням на прямій лінії розділу матеріалів /рис.1/.

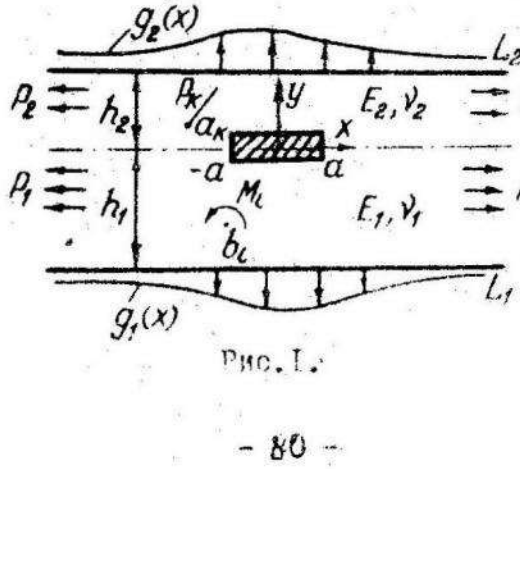


Рис.1.

Припускаємо, що пружна система перебуває під дією напружень на безмежності $p_j$, розподілених вздовж берегів $L_j$ зусиль $g_j(x)$ а також зосереджених сил $\vec{P}_\kappa$ і моментів $M_l$, прикладених відповідно у точках $a_\kappa, b_l$ /$j$ = 1,2; $\kappa$ = 1,2,..., $n$ $l = 1,2,\ldots,m$/

У розгляд вводимо стрибки напружень і похідних зміщень на лінії спаю смуг

$$(\sigma_{y1} - i\tau_{xy1}) - (\sigma_{y2} - i\tau_{xy2}) = f_1(x) - if_2(x),$$
$$(u_1' + iv_1') - (u_2' + iv_2') = f_3(x) + if_4(x), \quad x \in [-a, a], \quad /1/$$
$$f_j(x) = 0, \quad x \bar{\in} [-a, a] \qquad (j = 1,2,3,4).$$

Для визначення невідомих функцій $f_j(x)$ маємо чотири умови взаємодії тонкостінного включення з матрицею [2].

Використовуючи методи теорії функцій комплексної змінної [2,3], розв"язок поставленої задачі зводимо до наступної системи сингулярних інтегральних рівнянь

$$\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{f_2(t)dt}{t-x} + \frac{\lambda_{11}}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{f_4(t)dt}{t-x} - \lambda_{12}f_1(x) + \lambda_{13}f_3(x) -$$
$$- \lambda_1\int_{-a}^{x}f_2(t)dt + \frac{1}{\Lambda_1}\int_{-a}^{a}\sum_{j=1}^{4}K_j^1(x,t)f_j(t)dt = F_1(x),$$
$$\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{[f_3(t) + \lambda_{21}f_1(t)]}{t-x}dt + \lambda_{22}f_2(x) + \lambda_{23}f_4(x) - \quad /2/$$
$$- \lambda_2\int_{-a}^{x}f_3(t)dt + \frac{1}{\Lambda_2}\int_{-a}^{a}\sum_{j=1}^{4}K_j^2(x,t)f_j(t)dt = F_2(x),$$
$$\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{[f_4(t) + \lambda_{31}f_2(t)]}{t-x}dt + \lambda_{32}f_1(x) + \lambda_{33}f_3(x) +$$
$$+ \int_{-a}^{x}[\lambda_3 f_2(t) + \lambda_4 f_4(t)]dt + \frac{k_0}{l_1^+}\int_{-a}^{a}\sum_{j=1}^{4}K_j^3(x,t)f_j(t)dt = F_3(x)$$
$$f_3(x) = -k_2 f_1(x),$$

30.11

де $\lambda_{ij}$, $\lambda_j$, $\Lambda_j$, $k_0$, $\varkappa_2$, $l_1^+$ - деякі сталі, що залежать від пружних властивостей матеріалів включення і матриці, $F_j(x)$ - силові функції; $K_j^i(x,t)$ - регулярні фредгольмівські ядра. Явний вигляд їх внаслідок громіздкості не наводимо.

Напруження на безмежності та пружні сталі матеріалів смуг зв"язані співвідношеннями /3/, а шукані функції повинні задовольняти умови /4/

$$\mu_2(\varkappa_1\Gamma_1 - \bar{\Gamma}_1 - \bar{\Gamma}_1') = \mu_1(\varkappa_2\Gamma_2 - \bar{\Gamma}_2 - \bar{\Gamma}_2'), \qquad /3/$$

$$\int_{-a}^{a} f_j(t)\,dt = A^j \qquad /j = 1,2,3,4/ . \qquad /4/$$

Формули для $\Gamma_j$, $\Gamma_j'$ $(j = 1,2)$, $A^j$ наведені у праці [2] .

Розв"язок системи рівнянь /2/ описує поведінку включення з довільними пружними властивостями: від абсолютно жорсткого до абсолютно податливого, яке моделює тріщину. Справедливість цього підтверджують отримані у часткових випадках відомі вже результати для пружного включення на лінії спаю півплощин [2] і для тріщини на границі з"єднання смуг [3].

Коли смуги мають однакові пружні властивості, то розв"язок системи інтегральних рівнянь шукають методом ортогональних поліномів [ 4]. У результаті отримують систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розкладу шуканих функцій у ряди по поліномах Чебишева І-го роду.

На ЕОМ М-222 проведено числовий аналіз задачі для одного випадку симетричного навантаження

$$\sigma_y(x, \pm H) = q, \quad \sigma_x^\infty = \vec{P}_k = M_l = 0 \quad (k=1,\dots,n;\ l=1,\dots,m).$$

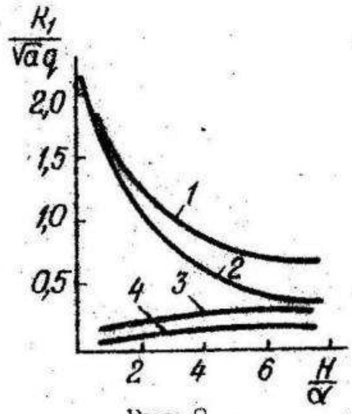


Рис.2.

Обчислення проводили при $a/h=10, \nu_0=\nu=1/3$ з точністю до 1%, яку оцінювали числовим методом. На рис. 2 показано залежність коефіцієнта інтенсивності нормальних напружень $k_1$ від відносної ширини смуги $H/\alpha$. Криві I–4 відповідають значенням відносної жорсткості включення $k=E_0/E$: $10^{-3}$, $10^{-1}$, 10, $10^{3}$.

Список літератури: I. Сулым Г.Т., Грилицкий Д.В. Напряженное состояние кусочно-однородной плоскости с тонкостенным упругим включением конечной длины. – Прикладная механика, 1972, т.8, вып. II. 2. Грилицкий Д.В., Сулым Г.Т. Периодическая задача для упругой плоскости с тонкостенными включениями. – Прикладная механика, 1975, т.39, вып.3. 3. Сулым Г.Т., Грилицкий Д.В., Белокур И.П. Влияние подкрепляющих полуплоскостей на коэффициенты интенсивности напряжений у концов трещины в полосе. – ФХММ, 1976, № 5. 4. Сулым Г.Т., Грилицкий Д.В. Решение сингулярных интегральных уравнений плоской задачи об упругом равновесии составного тела с трещинами. – ФХММ, 1976, №2.

УДК 539.3II

Г.Т. Сулим

## ТЕРМОПРУЖНІ УМОВИ ВЗАЄМОДІЇ СЕРЕДОВИЩА З ТОНКОСТІННИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Визначимо умови, які у плоскій задачі теорії пружності задовольняють граничні значення напружень і переміщень у пружному середовищі на лінії контакту з ортотропним термопружним включенням малої товщини.