УДК 518

В.М.Стасишин

# МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЗАЦІЇ ТЕОРЕТИЧНОГО ЗНАННЯ

У сучасній науці математика застосовується на різних рівнях і ступенях пізнання, виконуючи при цьому різноманітні функції у пізнанні /вона виступає ефективним засобом збереження та переробки інформації, методом планування експерименту і вибору найбільш оптимальних шляхів експериментального дослідження, засобом моделювання явищ, які неможливо уявити наочно, засобом передбачення ще невідомих науці явищ і процесів тощо/.

Характерною особливістю сучасного етапу математизації науки, зокрема природознавства, є значне зростання інтегративної та евристичної ролі математичних абстракцій в науковому пізнанні, їх активна участь у формуванні та розвитку понятійного апарату інших наук. Якщо, скажімо, раніше роль математики в таких науках як, наприклад, хімія, біологія, гуманітарні галузі знання, зводилась головним чином до статистичної обробки інформації, яку діставали нематематичним шляхом, то тепер вона використовується як засіб одержання принципово нових знань, засіб побудови моделей, теорій досліджуваних явищ і процесів.

Про глибокий внутрішній зв"язок механіки і математики свідчить, зокрема, створення Ейлером, Лагранжем, Лапласом, Гамільтоном та іншими видатними вченими аналітичної механіки. Лагранж характеризував розвинуті ним методи як такі, що не вимагають ні побудов, ні геометричних або механічних міркувань, а потребують тільки алгебраїчних операцій.

Аналітична механіка виникла внаслідок перебудови механіки Ньютона новим математичним апаратом – апаратом диференціальних рівнянь. На відміну від ньютонівської аналітична механіка опирається на більш загальний апарат диференціальних рівнянь. Вона використовує, зокрема, диференціальні рівняння, що містять не тільки похідні від шляху по часу, але і похідні від енергії по часових і просторових координатах.

Значне проникнення математики у механіку зумовлене перш за все однорідністю об"єкта механіки, тим, що вона вивчає механічний рух, притаманний різним за якістю предметам і явищам об"єктивної дійсності. В.І.Ленін вважав наближення науки до однорідних і простих елементів матерії, закони руху яких допускають математичну обробку, великим успіхом природознавства. Якщо, з одного боку, розвиток механіки немислимий без математики, її засобів і методів, то, з другого боку, потреби механіки викликали до життя не тільки окремі математичні теорії, але й нові напрямки в математиці. Досить нагадати, що саме потреби механіки привели Ньютона до створення основ математичного аналізу. На мові доньютонівської математики, що використовувала тільки постійні величини, сформулювати основні закони механіки було просто неможливо. У наш час, наприклад, потреби дальшого прогресу гідродинаміки, аеродинаміки зумовили розвиток нових напрямків у теорії функцій комплексної змінної, теорії наближень у комплексній області, теорії несамоспряжених операторів. Створення нового розділу математики - теорії сингулярних інтегральних рівнянь - нерозривно зв"язане з проблемами теорії пружності і т.ін.

У класичній фізиці, що розвинулась як безпосереднє узагальнення повсякденного досвіду, типовим був такий шлях розвитку фізичних понять, коли фізик переходив від експериментальних даних до математичних абстракцій, "зв"язуючи" їх між собою за певними правилами. У сучасній фізиці фізик від математичних абстракцій у рівняннях теорії переходить до показань експериментальних засобів. Математика в сучасному фізичному пізнанні - це не просто інструмент, за допомогою якого можна описати будь-яке явище природи, але і головне джерело уявлень і принципів, на основі яких зароджуються нові теорії. Сучасна теоретична фізика користується переважно методом математичної гіпотези; великі відкриття у мікрофізиці, теорії гравітації, фізиці твердого тіла були, наприклад, одержані на "кінчику математичного пера". При застосуванні методу математичної гіпотези активне начало належить математиці /широке застосування методу математичної гіпотези в науковому пізнанні – один із яскравих проявів зростання теоретичної активності пізнаючого суб"єкта в ході освоєння ним об"єктивної реальності/. "Я переконаний, – писав А.Ейнштейн, – що чисто математична побудова дозволить знайти ті поняття і закономірні зв"язки між ними, які дають ключ до розуміння явищ... Експеримент залишається, природно, єдиним критерієм придатності деякої математичної побудови для фізики. <u>Але власне творче начало відноситься до математики</u>" /підкресл. нами – В.С., [6, с.204]/.

Вже на початковій стадії розвитку кібернетика широко використовувала математичну логіку, теорію ймовірностей, математичну статистику, теорію функцій дійсної змінної, теорію множин, функціональний аналіз, топологію та інші теорії і методи математики. Будучи однією з найбільш математизованих наук, кібернетика активно впливає на розвиток математичного знання, зокрема дискретної математики, на стиль сучасного математичного мислення. Більше того понятійно-категоріальний апарат кібернетики має важливе значення для процесу теоретизації і математизації біології та гуманітарних наук.

Зростання ролі математики в сучасному теоретичному пізнанні зумовлене цілим комплексом тісно взаємопов"язаних між собою факторів, одним з яких виступає розвиток самої математики, розширення її предмету зростання абстрактного характеру її понять, теорій, методів і т.ін. Відомі такі періоди в розвитку математики: період зародження математики, період елементарної математики, період математики змінних величин, період сучасної математики. Перший період характеризується головним чином нагромадженням фактичного матеріалу в рамках єдиної нерозчленованої науки, формуванням уявлень про число та фігуру, зачатками арифметики та геометрії. Вже на початку другого періоду математика з науки напівемпіричної перетворюється в науку дедуктивну: оформлюються як самостійні наукові дисципліни арифметика, алгебра, геометрія, тригонометрія. Період елементарної математики характеризується в основному успіхами у вивченні постійних величин.

Новий період у розвитку математики починається з часу, коли вона переходить від вивчення постійних величин до дослідження залежностей між змінними величинами /період математики змінних величин/. Як зазначав Ф.Енгельс, введення Декартом ідеї змінної величини було поворотним пунктом у математиці, бо завдяки цьому у математику проникли рух і діалектика. Почали бурхливо розвиватись теорія диференціальних рівнянь, варіаційне числення, проективна геометрія, теорія ймовірностей, диференціальна геометрія і т.ін. Ідеї і методи математики змінних величин зробили революціонізуючий вплив на розвиток математики постійних величин.

Говорячи про сучасну математику, необхідно підкреслити, що різні автори вкладають у це поняття неоднаковий зміст. Наявність у літературі різних точок зору на характер сучасної математики, її зв"язок з математикою минулих історичних епох вказує передусім на складність, багатогранність такого феномена, як сучасна математика. Ми дотримуємось періодизації історії математики, даної академіком А.М.Колмогоровим, згідно з якою період сучасної математики починається приблизно з середини XIX ст. і характеризується суттєвим розширенням предмета математики, виділенням в окремий розділ проблем обгрунтування математики, розвитком принципіально нових ідей, небаченим раніше розширенням сфери застосування математики та її методів тощо.

Сучасна математика розвивається надзвичайно швидко, вона переживає епоху грандіозних революційних змін. Створення і розвиток ЕОМ, бурхливий розвиток дискретної математики, перебудова багатьох розділів математики на алгебро-топологічній основі, зростання абстрактного характеру понять і теорій математики, значне розширення сфери її застосування, суттєві зміни, що відбулися у взаємовідношеннях між теоретичною і прикладною математикою, - ось деякі характерні риси розвитку сучасної математичної науки. Сьогодні, наприклад, майже неможливо визначити, де закінчується теоретична і починається прикладна математика, і навпаки. Як відомо, неевклідова геометрія набула важливого значення у теоретичній фізиці, зокрема в теорії відносності; теорія груп, створена для вивчення питання про можливість розв"язання алгебраїчних рівнянь у радикалах, стала незамінною у фізиці та хімії; а теорія множин, що виникла спочатку для обгрунтування числення нескінченно малих, широко застосовується в біології та лінгвістиці. Можна погодитись з В.Успенським, що тепер, як ніколи, стає ясним, що математика - це не тільки сукупність фактів, викладених у вигляді теорем, але передусім - арсенал методів і мова для опису фактів і методів різних галузей науки і практичної діяльності.

З розвитком математичної науки весь час зростав абстрактний характер її понять, теорій. Якщо спочатку у зв"язку з виникненням арифметики та геометрії математика абстрагувалась від конкретної, якісної природи об"єктів, то вже з уведенням буквенної символіки і виникненням алгебри вона абстрагується від конкретного кількісного змісту чисел і величин. А сучасна математика абстрагується не тільки від конкретної природи об"єктів, але і від конкретних залежностей між ними.

Сила математики - в силі наукової абстракції. Сучасна математика оперує надзвичайно абстрактними поняттями, у ній переважають абстракції від абстракцій, вона широко використовує символічну мову й алгоритмічні процеси, все більше число математичних теорій будується аксіоматично.

Зростання абстрактності математики аж ніяк не означає послаблення її зв"язку з реальним світом. Навпаки, за допомогою абстрактних понять і теорій математики вдається відображати більш суттєві сторони реальності.

Математичне знання, яке стає все більш абстрактним з точки зору своєї форми, знаходиться ближче до об"єктивної дійсності, її закономірностей і в цьому розумінні конкретніше за своїм змістом.

У сучасному математичному пізнанні зростає значення механізму мислення від конкретного до абстрактного, евристична роль якого була глибоко розкрита В.І.Леніним.

Розвиток математики на сучасному етапі переконливо свідчить, що старий погляд на математику як науку про числа і величини не можна вважати правильним. Математика тепер вивчає більш широкий клас об"єктів, ніж це могла робити класична математика, що незрівнянно посилює її пізнавальні можливості в інших науках.

Аналіз процесу математизації дає підставу зробити висновок, що кількісні відношення та просторові форми реального світу, на вивчення яких робить акцент математика, мають свою специфіку в різних формах руху матерії, у різних об"єктах. Про це свідчить хоч би той факт, що до тих чи інших об"єктів застосовуються лише ті математичні методи, що відповідають природі цих об"єктів. Наприклад, математичний аналіз виявився недостатнім для сфери квантових явищ, більш адекватним засобом їх вивчення є апарат функціонального аналізу і т.ін. У наш час виникла настійна потреба в розробці "біологічної", "психологічної" математики, тобто математичних методів і засобів для адекватного опису складних явищ і процесів живої природи та соціальної дійсності.

Математизація наук - складний діалектичний процес взаємодії математики та інших галузей знання. Для ефективного застосування математики, її засобів і методів у науковому пізнанні необхідні передумови не тільки в математиці, але й в математизуючій науці. Спроби застосувати математику в тій чи іншій галузі наукового знання нерідко виявляють неповноту емпіричного матеріалу в цій науці, що потребує нагромадження нових емпіричних даних, часто доводиться уточнювати існуючі поняття і концепції, вводити нові таким чином, щоб можна було ефективно застосовувати математичні засоби. При математичному моделюванні явищ і процесів, що вивчаються в інших науках, необхідно абстрагуватися від різноманітності притаманних їм властивостей і відношень, вводити у відповідну теорію ряд ідеалізацій і т.ін.

У цьому зв"язку важливо підкреслити, що чим відносно простіші досліджувані явища та процеси, тим легше і швидше піддаються вони математичній обробці. І, навпаки, чим складніші досліджувані об"єкти, тим менш однорідні їх елементи, тим більш якісно вони диференційовані, а тому застосування математики у відповідних науках утруднено. Історія розвитку науки свідчить, про те, що застосування математики у природознавстві почалось значно раніше, ніж у гуманітарних науках, причому і внутрі природознавства послідовність проникнення математичних методів у різні галузі наукового знання визначалась у кінцевому підсумку природою досліджуваних ними явищ і процесів.

У методологічному плані труднощі математизації знання полягають у тому, що нелегко "перекинути місток" від абстрактних об"єктів математики /у математиці безпосередньому вивченню піддаються такі абстрактні об"єкти як числа, функції, математичні структури і т.ін./ до об"єктів, що їх вивчають природничі та гуманітарні науки.

Можна сказати, що там, де перестає діяти принцип простоти, де об"єкти не допускають навіть відносного спрощення, стандартизації та уніфікації, там математичні засоби стають неефективними.

Застосування математики в інших науках, зокрема в науках про живу природу і суспільство, веде до більш глибокого пізнання досліджуваних об"єктів лише за умови їх використання на основі діалектико-матеріалістичного світогляду і методології, врахування якісних особливостей досліджуваних явищ і процесів.

Сучасна буржуазна філософія особливо спекулює на досягненнях і труднощах розвитку сучасного математичного пізнання, на прогресивному процесі математизації науки, заявляючи, що "твердження логіки та математики не говорять нам нічого про світ", що "відмінність між якісним і кількісним є не відмінністю у природі, а відмінністю в нашій концептуальній системі..." /3, с.49, 106/. Будучи неспроможними науково пояснити причини ефективності математики в природничих науках, буржуазні філософи заявляють, що неймовірна ефективність математики у природничих науках є дещо, що межує з містикою, бо ніякого раціонального пояснення цьому факту немає [2, с.23].

Діалектико-матеріалістичний підхід до аналізу процесу математизації науки має неоціненне значення для правильного розуміння закономірностей сучасної науково-технічної революції, для критики платоністських, неопозитивістських та інших ідеалістичних інтерпретацій процесу математизації і математичного знання.

Список літератури: I. Л е н і н В.І. Повне зібрання творів. 2. В и г н е р Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках. - В кн.: Проблемы современной математики. М., I97I. 3. К а р н а п Р. Философские основания физики. Введение в философские науки. - М., I97I. 4. С о й е р М. Путь в современную математику.-М., I972. 5. Ш и х а н о в и ч Ю.А. Введение в современную математику. - М. , I965. 6. Э й н ш т е й н А. Собрание научных трудов, т.IУ. - М., I967.

УДК 5I8:5I7.948

М.Я.Бартіш, Ю.В.Нікольський

## ГРАДІЄНТНО-ПАРАМЕТРИЧНИЙ МЕТОД МІНІМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЙ

Розглянемо задачу мінімізації визначеної на множині $\Omega=\{x: f(x)\leq f(x_0)\}$ двічі неперервно диференційованої та достатньо гладкої на цій множині функції $f(x)$, $\ell$ змінних.

Одним з найбільш поширених методів чисельного розв"язання цієї задачі є метод найшвидшого спуску. Він має лінійну швидкість збіжності, яка низька при мінімізації функцій з погано зумовленою матрицею других похідних.

Ми пропонуємо метод, який має швидкість збіжності вищу, ніж метод найшвидшого спуску, причому прискорення досягається шляхом вибору параметра $\theta$ .