де $\bar{z}_0 = z_0 + ctg\alpha - h;$ $T = \sqrt{1 + tg^2\alpha};$ $R = (y_0 + \bar{z}_0 tg\alpha)/T;$

$$K = (\bar{z}_0 + y_0 tg\alpha)^2/T^2; \; \bar{c} = Tc - R; \; \bar{d} = Td - R; \; a = a/T;$$

$$\bar{b} = \bar{a}R + b - x_0; \; \bar{p} = p/T; \; \bar{q} = \bar{p}R + q - x_0.$$

Ефективність описаної методики перевіряли за типовою програмою, складеною на алгоритмічній мові ФОРТРАН-ІУ, при різній кількості невідомих. Середня відносна похибка одержаних розв"язків не перевищує І%.

Список літератури: І. Канторович В.Л., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – М.: Физматгиз, 1962. 2. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. – Киев, Техніка, 1974.

УДК 517.949.8

В.А.Бакалець, В.А.Пучка

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ РОЗВ"ЯЗУВАННЯ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ НЕОЗНАЧЕНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

У праці [1] розглянуто один точний метод розв"язування задачі Діріхле для рівняння Пуассона на площині та в просторі у випадку замкнених гладких кривих /поверхонь/ другого порядку, коли правою частиною рівняння є алгебраїчний поліном довільного степеня. Застосування згаданого методу приводить до побудови матриці коефіцієнтів системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що є досить громіздким процесом. Мета нашої роботи – автоматизація процесу побудови матриці коефіцієнтів і розв"язування системи алгебраїчних рівнянь.

Розглянемо на площині задачу Діріхле для рівняння Пуассона

$$\Delta U(x,y) = \mathcal{P}_n(x,y), \qquad /1/$$

$$U(x,y)\Big|_S = 0, \qquad /2/$$

де $\mathcal{P}_n(x,y)=\sum\limits_{i+j=0}^{n}\alpha_{ij}\,x^i y^j, \quad n=0,1,\dots;$ /3/

S – еліпс з центром у початку координат і півосями.

Розв"язок задачі /I/ – /2/ шукаємо у вигляді

$$U^{(n)}(x,y)=(b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2)\sum_{i+j=0}^{n}\beta_{ij}\,x^i y^j. \qquad /4/$$

Система рівнянь для визначення β_{ij}, згідно [I], матиме вигляд

$$\beta_{ij}\left[a^2(j+1)(j+2)+b^2(i+1)(i+2)\right]+\beta_{i-2,j+2}\,b^2(j+2)(j+1)+ \qquad /5/$$

$$+\beta_{i+2,j-2}\,a^2(i+2)(i+1)-a^2b^2\left[(i+2)(i+1)\beta_{i+2,j}+(j+2)(j+1)\beta_{i,j+2}\right]=\alpha_{ij}.$$

Причому $\beta_{\ell k}=0$, якщо $n<\ell<0 \vee n<k<0 \vee \ell+k>n$

Вкажемо вигляд матриці системи /5/ для деяких значень n

$n=0$

$$A=\left[2a^2+b^2\right]$$

$n=1$

$$A=\begin{bmatrix} 2a^2+6b^2 & 0 & 0 \\ 0 & 6a+2b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2a^2+2b^2 \end{bmatrix}$$

$n=2$

$$A=\begin{bmatrix} 12b^2+2a^2 & 0 & 2b^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6a^2+b^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2a^2 & 0 & 12a^2+2b^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6b^2+2a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2b^2+6a^2 & 0 \\ -2a^2b^2 & 0 & -2a^2b^2 & 0 & 0 & 2a^2+2b^2 \end{bmatrix}.$$

Якщо позначити m – розмірність матриці /5/, n – степінь многочлена правої частини /I/, то

$$m=\frac{(n+1)(n+2)}{2}, \qquad /6/$$

звідки видно, що навіть при невеликих n рівномірність системи досить велика.

На мові Фортран-IУ складена підпрограма

SUBROUTINE PUASS (K, C, D, IV),

яка обчислює вектор $\{REZ\}_i$ - значення розв"язків задачі /I/ - /2/ в точках $(x_i, y_i), i=1,NXY$, коли правою частиною рівняння є многочлен степеня $K (K \leq 15)$, а кривою S - еліпс з півосями C, D, розміщений у початку координат.

Масиви $\{d_{i,j}\}_{i+j=\overline{0,n}}$, $\{x_i\}_{i=\overline{1,NXY}}$, $\{y_i\}_{i=\overline{1,NXY}}$ замовник повинен сформувати в основній програмі і описати оператором

COMMON/PUAS/AK(240), X(500), Y(500), REZ(500), NXY

IV - параметр виводу на друк інформації про роботу PUASS.
IV = I - видруковується повна інформація про роботу PUASS, IV = 2 - друку немає.

Розв"язок системи обчислює SUBROUTINE GELG методом Гауса з вибором головного елемента. При $C = D$, очевидно, буде розв"язуватись задача для кола радіуса C. Отриманий результат можна легко поширити на тривимірний випадок. Для прикладу розглянемо задачу

$$\Delta U(x,y) = 2x^2 + xy - 2y^2 - x + 3y - 5, \qquad /7/$$

$$U(x,y)\Big|_S = 0, \qquad /8/$$

де S - еліпс з півосями C = 2, D = I.

Для роботи підпрограми PUASS в основній програмі сформовано:

- масив AK /2. , I , -2 , -I , 3 , -5 /;
- масив X ;
- масив Y ;
- константа NXY = I2.

Вкажемо розв"язок системи /коефіцієнти β_{ij} /, а також значення розв"язку задачі /7/ - /8/ у точках площини обчислені програмою PUASS /2 , 2. , I. , I /. Значення β_{ij} /0.I057, 0.033, -0.057, -0.07, 0.II54, -0.462/. Розв"язок у точках площини:

X	y	REZ	X	y	REZ
-2.000	0.0	0.0	0.I8I	0.0	I.866
-I.636	0.0	0.08I	0.545	0.0	I.734
-I.272	0.0	0.473	0.909	0.0	I.39I

X	y	REZ	X	y	REZ
-0.909	0.0	0.979	I.272	0.0	0.906
-0.545	0.0	I.446	I.636	0.0	0.389
-0.I8I	0.0	I.763	2.000	0.0	0.0

Список літератури: I. Бакалець В.А., Людкевич Й.В. Метод неозначених коефіцієнтів розв"язування задачі Діріхле для рівняння Пуассона. - Вісн. Львів.ун-ту, сер. мех.-мат., вип. I5, I979.

УДК 532. 582

Д.В.Гриліцький, В.Я.Онищук

НЕСТАЦІОНАРНА ВЗАЄМОДІЯ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З АКУСТИЧНОЮ ХВИЛЕЮ ТИСКУ

I. Розглянемо тонку пружну сферичну оболонку, яка описується рівняннями лінійної теорії оболонок типу Тимошенка, заповнену всередині акустичним середовищем з параметрами ρ_3 і C_3 /рис. I/.

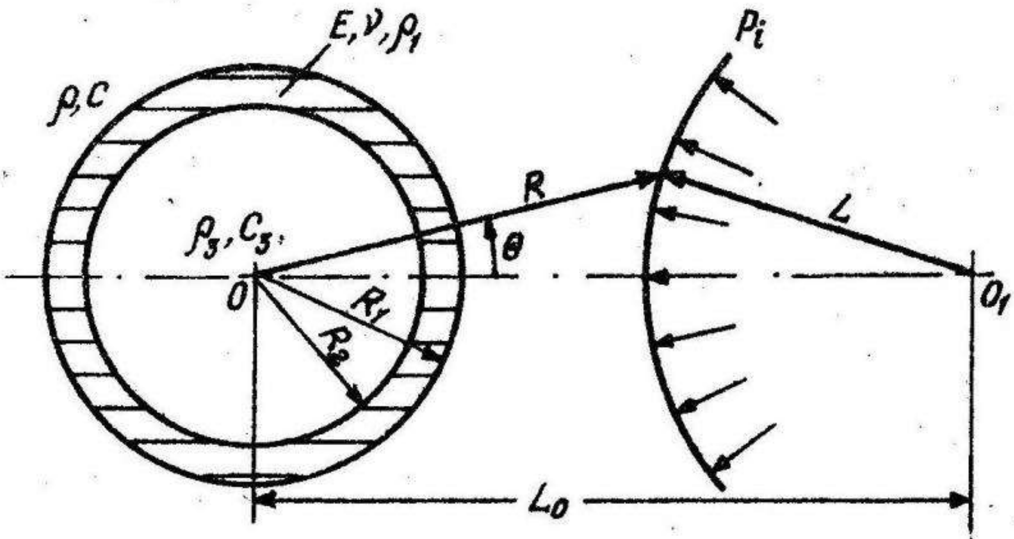

Рис. I.

Оболонка занурена в безмежну ідеальну стисливу рідину з параметрами ρ, C і знаходиться під дією сферичної хвилі тиску скінченної