

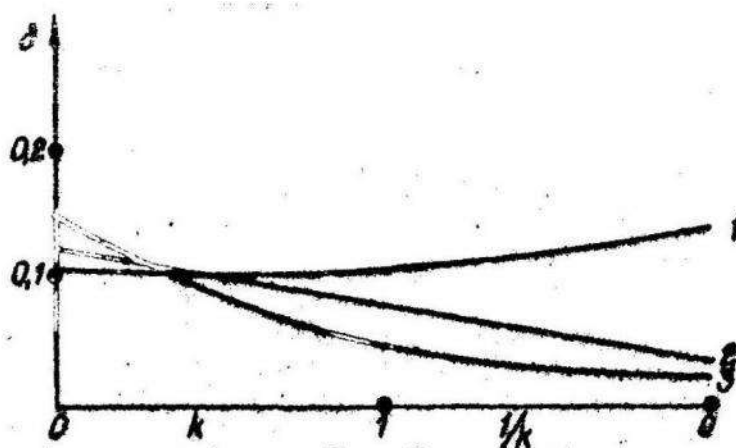


Рис. 3.

ном ($\Delta t_1 = 10^\circ$, $\Delta t_2 = 0^\circ$) і висоті пояса $\Delta t_0 = 20^\circ$. Криві 1 - 3 відповідають значенням $2\epsilon = \infty, 1, 0$. Відносні похибки при $\Delta t_1 = 0^\circ$, $\Delta t_2 = 10^\circ$ мають ту саму величину.

Список літератури: 1. М е л а н Э., Паркуо Г. Температурне напруження, викликане стаціонарними температурними полями. - М.: Фізматгиз, 1958. 2. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неусталовившиєся температурне поля і напруження в тонких пластинках. - Київ: Наукова думка, 1972. 3. Хлебников Д.Г., Парасяк А.Н. Приближений метод определения напряжений в экранном узле кинескопа с плоским экраном. - В кн.: Качество электронно-лучевых приборов. Київ: Наукова думка, 1977.

Стаття надійшла в редакцію 19.02.1980 р.

УДК 539.3:681.3.057

М.Ф.Копитко, Я.Г.Савула

ПРО МОЖЛИВІСТЬ ВЕХТУВАННЯ РІЗНИЦЮ РАДІУСІВ ВОЛОКОН КРИВОЛІНІЙНОЇ ТРУБИ ПРИ ЇЇ РОЗРАХУНКУ

У працях [1, 2] для розрахунку труб з каловою віссю як вихідну систему рівнянь використовують рівняння, одержані за припущення, що радіус перерізу труби малий порівняно з радіусом осі. Ми досліджуємо можливість аналогічних спрощень для розв'язування задачі про

рівновагу криволинійної труби у переміщенні мінімалітичного стану методом скінченних елементів /МСЕ/ [4].

Розглядаємо тонку пружну оболонку товщиною h , середина поверхні якої утворена дугом кола радіуса R ,

$$\xi = -R \sin \alpha_1, \quad \eta = R \cos \alpha_1, \quad 0 \leq \alpha_1 \leq 2\pi$$

по довільній плоскій напрямній

$$x = R_2 \chi(\alpha_2), \quad y = R_2 \xi(\alpha_2), \quad \alpha_2^0 \leq \alpha_2 \leq \alpha_2^0, \quad R_2 = \text{const.} \quad (1)$$

В ортогональній спрямленій системі координат α_1, α_2 коефіцієнти Ляме A_1, A_2 і головні кривини $\frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2}$ середньої поверхні мають вигляд

$$A_1 = R_1, \quad A_2 = R_2 t(\alpha_1, \alpha_2), \quad \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R}, \quad \frac{1}{R_2} = \frac{\sin \alpha_1 \tau(\alpha_2)}{R_2 t(\alpha_1, \alpha_2)},$$

де

$$t(\alpha_1, \alpha_2) = \left\{ 1 + \frac{R_1}{R_2} \sin \alpha_1 \frac{\xi'' \chi' - \xi' \chi''}{[\chi'^2 + \xi'^2]^{3/2}} \right\} (\chi'^2 + \xi'^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

$$\tau(\alpha_2) = \frac{\xi'' \chi' - \chi'' \xi'}{\chi'^2 + \xi'^2}.$$

Для спрощення розрахунків вважаємо, що в формулі (2) можна нехтувати величиною $\frac{R_1}{R_2} \sin \alpha_1 \frac{\xi'' \chi' - \xi' \chi''}{[\chi'^2 + \xi'^2]^{3/2}}$ порівняно з одиницею, тобто аналогічно як і в працях [1, 2] маємо різницю радіусів волокон труби.

$$\text{Маємо } t(\alpha_2) = (\chi'^2 + \xi'^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Згідно з варіаційним принципом Лагранжа [3, 5], переміщення, які виникають в оболонці, надають мінімуму функціоналу

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} u^T [C^T B C u - 2P] A, A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (3)$$

на множині функцій переміщень $u \in W_2'(\Omega)$, $v \in W_2'(\Omega)$,

$w \in W_2^2(\Omega)$, що задовольняють геометричні граничні умови.

Тут $\Omega = \{\alpha_1, \alpha_2 : 0 \leq \alpha_1 \leq 2\pi, \alpha_2^0 \leq \alpha_2 \leq \alpha_2^0\}$; $u = (u, v, w)^T$

вектор переміщень точок середньої поверхні оболонки; C - матриця зв'язку між вектором u і вектором деформацій точок середньої поверхні $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega, \kappa_1, \kappa_2, 2\tau)^T$;

$P = (p_1, p_2, p_n)^T$ - вектор поверхневого навантаження; B - матриця фізичних співвідношень теорії оболонок $\sigma = B\varepsilon$, де $\sigma = (T_1, T_2, S, M_1, M_2, N)^T$.

Розв'язок задачі про мінімум функціоналу /3/ шукаємо аналогічно як і в праці [4] у вигляді

$$u = \sum_{m=0}^M \psi_m(\alpha_1) \psi_m(\alpha_2),$$

де

$$\psi_m(\alpha_i) = \begin{cases} \cos \frac{m}{2} \alpha_i, & (-1)^m > 0 \\ \sin \frac{m}{2} \alpha_i, & (-1)^m < 0. \end{cases}$$

Поділимо область Ω на смуги

$$\Omega_i = \{\alpha_1, \alpha_2 : 0 \leq \alpha_1 \leq 2\pi, \alpha_2^{i-1} \leq \alpha_2 \leq \alpha_2^i\}, \quad i = \overline{1, e},$$

побудуємо на заданій сукупності точок $\{\alpha_2^0, \alpha_2^1, \dots, \alpha_2^e\}$ скінченно-елементні апроксимації вектор-функції $\psi_m(\alpha_2)$ так, щоб простір допустимих функцій, які наближають $\psi_m(\alpha_2)$, не виходив із області визначення функціоналу /3/. На проміжку $[\alpha_2^{i-1}, \alpha_2^i]$ зобразимо, вектор-функцію $\psi_m(\alpha_2)$ у вигляді

$$\psi_m(\alpha_2) = N^i(\alpha_2) q_m^i,$$

де $N^i = (N_{2-i}^i, N_1^i)$ - матриця, елементами якої є поліноми Ерміта першого і третього степенів; $q_m^i = (q_{mi-1}^i, q_{mi}^i)^T$ - вектор невідомих вузлових коефіцієнтів розкладів функцій $u, v, w, \frac{\partial w}{\partial \alpha_2}$.

Записуючи необхідну умову мінімуму функціоналу /3/ по параметрах q_m^i , одержуємо для їх визначення систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

Щоб визначити чи можливо нехтувати радіусами волокон середньої поверхні труби, за вказаною схемою проведені числові розрахунки у випадку замкнутої тороподібною оболонки, плоска напрямна якої /1/ задана рівняннями

$$x = R_2 \cos \alpha_2, \quad y = R_2 \sin \alpha_2, \quad 0 \leq \alpha_2 \leq 2\pi.$$

При цьому враховували такі варіанти спрощень:

а/ нехтування різницею радіусів волокон середньої поверхні труби у вихідних рівняннях при виведенні основних співвідношень методу;

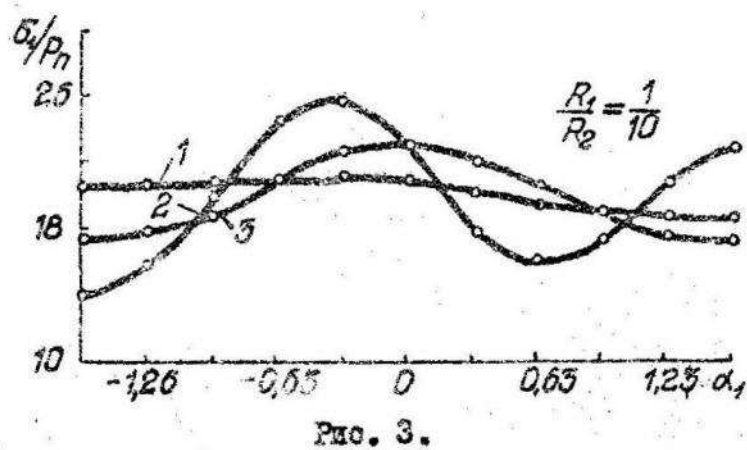
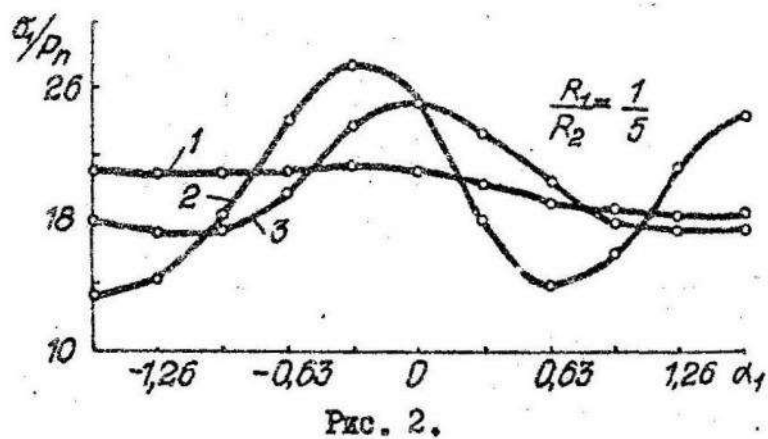
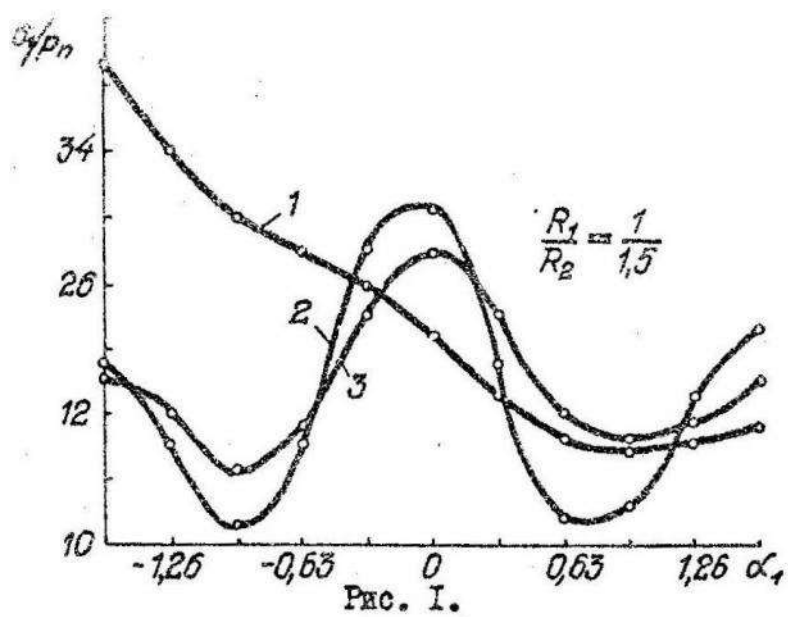
б/ нехтування $\frac{R_1}{R_2} \sin \alpha$, $\frac{f''x' - f'x''}{[x'^2 + f'^2]^{3/2}}$ у формулі для $t(\alpha_1, \alpha_2)$ при обчисленні інтегралів по α , що входять у функціонал /3/;

в/ те ж саме, що і в пункті б/ лише в інтегралах, що входять тільки у квадратичну частину функціоналу.

На рис. І-3 показані графіки напруження σ_i / ρ_n на зовнішній поверхні тора, навантаженого внутрішнім рівномірно розподіленим тиском $p = 10^4$; $\nu = 0,3$; $k = 0,05$ для різних відношень $\frac{R_1}{R_2}$.

Крива 1 відповідає розв'язку задачі за вказаною схемою [4] без будь-яких спрощень, крива 2 - зі спрощеннями а/; крива 3 - зі спрощеннями б/, в/.

Порівнюючи отримані результати, бачимо, що найбільш суттєву похибку в розв'язок вносить допущення а/. Переміщення і напруження у цьому випадку не збігаються і кількісно, і якісно з розв'язками, одержаними без вказаних допущень. Що ж стосується варіантів б/ і в/, то близьким до істинного є напруження σ_i при значеннях відношення $\frac{R_1}{R_2}$, за яких для визначення розрахункових величин можна використати розв'язки для циліндричної оболонки з радіусом поперечного перерізу R_1 ($\frac{R_1}{R_2} < \frac{1}{100}$).



Таким чином, розв'язуючи задачі про пружну рівновагу криволінійних труб в переміщеннях шляхом мінімізації функціоналу Лагранжа за вказаною схемою МСЕ, різницеві радіусів волокон середньої поверхні нехтувати не можна.

Список літератури: 1. А к с е л ь р а д Э.Л. Гибкие оболочки. - М.: Наука, 1976. 2. А к с е л ь р а д Э.Л., И л ь и н В.П. Расчет трубопроводов. - Л.: Машиностроение, 1972. 3. М и х л и н С.Г. Вариационные методы в математической физике. - М.: Наука, 1970. 4. С а в у л а Я.Г., Ф л е й ш м а н Н.П., Ш и н к а р е н к о Г.А. Метод расчета труб с произвольной криволинейной осью. - Сопротивление материалов и теория сооружений, 1978, № 32. 5. Ч е р н ы х К.Ф. Линейная теория оболочек. - Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1964. Т.2.

Стаття надійшла в редколегію 13.II.1979 р.

УДК 539.3

Р.І.Мокрик, Ю.А.Паздерський, В.Ф.Кочубей,

І.М.Гутор, І.В.Оліярник

СТАЦИОНАРНИЙ ТЕПЛОСМІН ПРИ РУСІ ГАЗУ

МІЖ ДВОМА СПІВОСНИМИ КРУГОВИМИ ЦИЛІНДРАМИ

Питання теплообміну в потоці в'язкого газу вивчено ще недостатньо. У праці [4] методом "стержнєвої" моделі проаналізовано температурне поле в турбулентному потоці газу. Нестационарний теплообмін в суцільній трубі в ламинарному потоці газу досліджено в працях [1, 3].

Ми розглядаємо задачу про визначення температурного поля в'язкого газу, який рухається між двома співосними круговими циліндрами радіусів ξ_1 і ξ_2 , $\xi_2 > \xi_1$, за умови, що газ нестисливий, теплофізичні параметри його постійні, теплопровідність у напрямі осі симетрії z відсутня. Нехтуємо також тепловідводом за рахунок дисипації енергії.

Припускаємо, що температура зовнішньої і внутрішньої границі яка обмежує потік, підтримується постійною при відповідно величинах