

У випадку ортотропного шару задача розв'язується аналогічно. Для визначення функцій φ_α у просторі зображень замість /3/ отримаємо систему

$$\frac{d^2 \varphi_\alpha}{dx_\beta^2} - \alpha_\alpha \varphi_\alpha = C_\alpha \bar{\theta}_\alpha, \quad /7/$$

де α_α , C_α залежать від дев'яти пружних сталих матеріалу,

$\bar{\theta}_1 = \bar{\theta}_2$ - від $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_2$, $\bar{\varphi}_3$; а $\bar{\theta}_3$ - тільки від $\bar{\varphi}_1$ та $\bar{\varphi}_3$.

Розв'язок системи /7/ також зводиться до крайової задачі типу /6/ відносно $\bar{\theta}_1$, після визначення якої знаходимо всі шукані функції $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_2$, $\bar{\theta}_3$, та, нарешті, $\bar{\varphi}_3$.

Без принципових ускладнень запропонований розв'язок узагальнюється на випадок довільної анізотропії.

Стаття надійшла в редакцію 10.03.1980 р.

УДК 539.3+4+4.:621.81

М.В.Сулим, Г.Т.Сулим

ПРО МІЦНІСТЬ ЗВАРНИХ З'ЄДНАНЬ ТРУБОПРОВОДІВ

Згідно з механікою крихкого руйнування міцність механічної конструкції з тріщиноподібними дефектами визначається коефіцієнтами інтенсивності напружень K_{IH} [1].

Розглянемо метод оцінки K_{IH} біля поздовньої тріщини всередині зварного шва тонкої циліндричної оболонки, яка завантажена внутрішнім тиском p , розтягується зусиллям P і скручується моментом M . Радіус кривини середньої поверхні оболонки R , товщина стінки $R^0 \ll R$, ширина зварного шва $2H$. Вдоль середньої лінії шва, що утворює кут γ з твірною оболонки, локалізовано тріщиноподібні дефекти, довжина яких мала порівняно з R . Найчастіше ц. дефекти не мають наскрізної природи, проте, розглядаючи гірший для міцності трубопроводу випадок, вважатимемо їх наскрізними.

Ускладнюємо модельне зображення внутрішнього та зовнішнього поверхневого дефекту, оскільки на стінки внутрішньої тріщини діє додатково внутрішній тиск p . Експлуатація трубопроводів підтвердила, що процес руйнування найчастіше починається саме від внутрішньої тріщини. Побудована механічна модель допускає спрощення, якщо врахувати, що при $R^0 \ll R$ і вказаному зовнішньому навантаженні напружений стан оболонки можна вважати безмоментним, а трубу - в узагальненому плоскому напруженому стані.

Таким чином, поставлену задачу можна звести до вивчення напруженодеформованого стану тонкої пластинки, що містить смугу шириною $2H$ з іншими пружими постійними та системою колінеарних розрізів уздовж осьової лінії, коли на безмежності задано нормальні та дотичні напруження /рис. I/

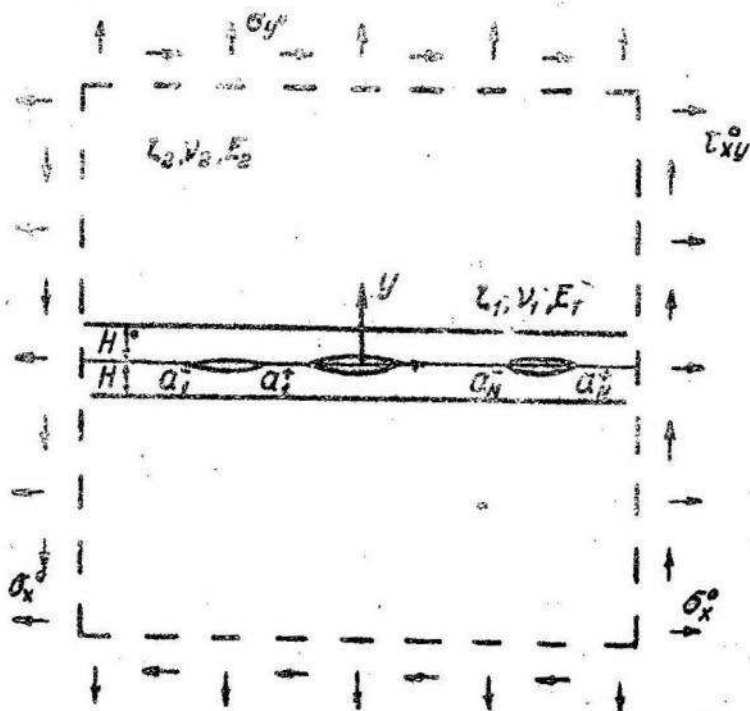


Рис. I.

$$\begin{aligned}\sigma_y^0 &= \frac{1}{2} [\sigma_r^0 + \sigma_z^0 + (\sigma_r^0 - \sigma_z^0) \cos 2\gamma - 2\tau_{rz}^0 \sin 2\gamma], \\ \sigma_x^0 &= \frac{1}{2} [\sigma_r^0 + \sigma_z^0 - (\sigma_r^0 - \sigma_z^0) \cos 2\gamma + 2\tau_{rz}^0 \sin 2\gamma], \\ \tau_{xy}^0 &= \frac{1}{2} (\sigma_r^0 - \sigma_z^0) \sin 2\gamma + \tau_{rz}^0 \cos 2\gamma,\end{aligned}$$

/I/

причому $\sigma_z^0 = P/2\pi R h^0$, $\sigma_r^0 = \rho R/h^0$, $\tau_{rz}^0 = M/2\pi R^2 h^0$. Зокрема, коли краї труби закриті заглушками і вона знаходиться під впливом лише гідростатичного тиску, то $P = \pi R^2 p$, $M = 0$ і тоді $\sigma_r^0 = \sigma_z^0 = p R/h^0$,

$\tau_{rz}^0 = 0$. Пружні постійні смуги /шва/ приймаємо рівними E_1, ν_1, μ_1 , пластини /труби/ - E_2, ν_2, μ_2 .

Розрізи всередині смуги розташовані вздовж лінії $L' = \bigcup_{\kappa''}^N [\alpha_{\kappa''}, \alpha_{\kappa''}^*]$ і знаходяться під впливом внутрішнього тиску $A\rho$, де $A=0$, якщо розріз моделює зовнішній дефект, та $A=1$ у випадку внутрішнього.

На основі результатів праці [3] неважко показати, що розв'язок поставленої задачі полягає у знаходженні функцій $f_1(x)$ та $f_2(x)$, які задовольняють сингулярні інтегральні рівняння

$$\frac{1}{\pi} \int_{L'} \frac{f_j(t) dt}{t-x} + \int_{L'} \kappa_j''(x,t) f_j(t) dt = F_j(x) \quad (x \in L', j=1,2). \quad /2/$$

де

$$\{\kappa_j''(x,t), \kappa_j^{2''}(x,t)\} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \{q_j^-(\alpha)/q_0^+(\alpha); q_j^+(\alpha)/q_0^-(\alpha)\} \sin \alpha(t-x) d\alpha;$$

$$q_0^\pm(\alpha) = c, d, e^{-2\alpha H} \pm 4\alpha H c, -e^{-2\alpha H};$$

$$q_j^\pm(\alpha) = c_j + d_j + c_j(4\alpha^2 H^2 \pm 4\alpha H - 2d_j e^{-2\alpha H});$$

$$c_j = 1 - e_{2j}/c_{12}, d_j = 1 - e_{2j}/c_{21}; c_{ij} = \mu_i + \mu_j x_i, e_{ij} = \mu_i(1+x_j);$$

$$l_{ij}^+ = 2\mu_j/(1+x_j) = E_j/4; x_j = (3-\nu_j)/(1+\nu_j);$$

$$F_1(x) = \tau_{xy}^0 / l_{11}^+; F_2(x) = (A\rho + \sigma_y^0) / l_{11}^+.$$

Коли ширину смуги спрямувати до безмежності, то отримаємо інтегральні рівняння для системи колінеарних розрізів у безмежній пластині з пружними властивостями зварного шва /2/ при $\kappa_j''(x,t) \equiv 0$. Ці ж рівняння наявні, якщо довжина кожного розрізу прямує до нуля.

Коли $H \rightarrow 0$, то маємо подібні рівняння лише у $F_1(x)$ слід L_{11}^+ замінити на L_{12}^+ . Вони описують задачу про щілини у пластинці з пружними властивостями труби.

КІН біля n -ї тріщини всередині зварного шва визначаються співвідношенням

$$K_{1,1}^{(n)} - iK_{2,1}^{(n)} = \pm L_{11}^+ \lim_{s_n \rightarrow 0} [\sqrt{s_n} (f_2(x) - if_1(x))], \quad s_n = \pm(\alpha_n^+ - x) \quad (x \in L'). \quad /3/$$

Верхній знак беремо, якщо розглядають правий кінець тріщини, і нижній, коли лівий край. КІН біля n -ї щілини у безмежній пластинці з пружними властивостями труби

$$K_1^{(n)} - iK_2^{(n)} = \pm L_{12}^+ \lim_{s_n \rightarrow 0} [\sqrt{s_n} (f_2(x) - if_1(x))] \quad /4/$$

Якщо ширину шва спрямувати до нуля та взяти до уваги, що функції $f_j(x)$ мають фізичний сенс похідних отримків переміщень країв розрізу, а отже, при $H \rightarrow 0$ змінюються неперервно, то порівняння формул /3/ і /4/ дає

$$\lim_{H \rightarrow 0} (K_{1,1}^{(n)} - iK_{2,1}^{(n)}) = K (K_1^{(n)} - iK_2^{(n)}), \quad K = L_{11}^+ / L_{12}^+ = E_1 / E_2. \quad /5/$$

Зокрема, для розглянутого у цій роботі навантаження при одній щілині довжини

$$\lim_{H \rightarrow 0} (K_{1,1}^{(n)} - iK_{2,1}^{(n)}) = K \sqrt{a} (A_p + B_y^0 - iT_{xy}^0). \quad /6/$$

Із застосуванням методу ортогональних поліномів [4] здійснено розв'язок рівнянь /2/ для однієї тріщини $L' = [-a, a]$. При обчисленнях вважали $\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{3}$ і досліджували вплив відносної ширини смуги H/a та її відносної жорсткості K на зміну КІН. Результати обчислень, проведених з точністю до 1%, показано на рис. 2, 3. Підтвердився значний вплив на КІН ширини смуги, що моделює зварний шов, і її механічних властивостей. Виявлено, що зі зменшенням H/a при $K > 1$ КІН збільшуються, а при $K < 1$ — зменшуються, причому при меншій жорсткості матеріалу шва КІН не перевищують відповідних

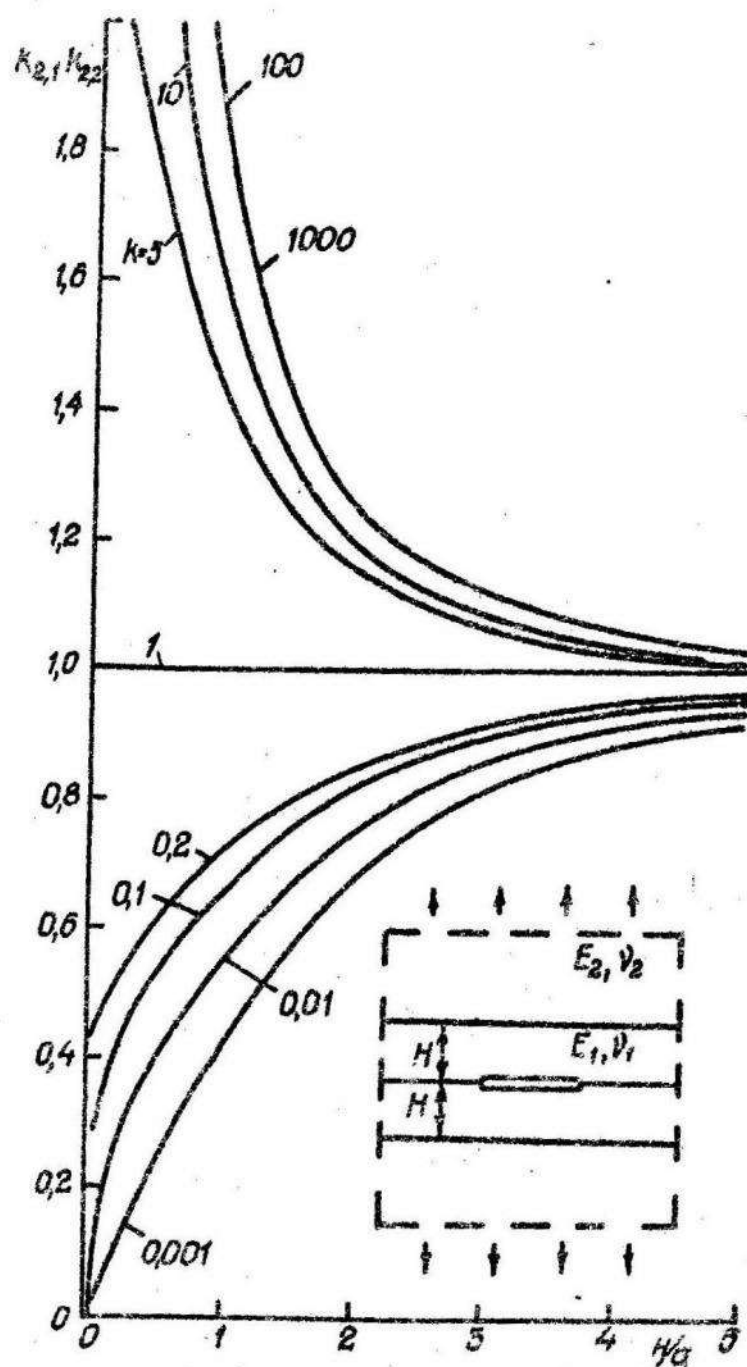


Рис. 2.

значень, отриманих для розрізів у однорідній пластинці. Якщо ж $k > 1$, то K_{11} більші від значень, даних розв'язком для однорідної пластинки, але менші від тих, які визначаються праворуч частиною співвідношення /6/.

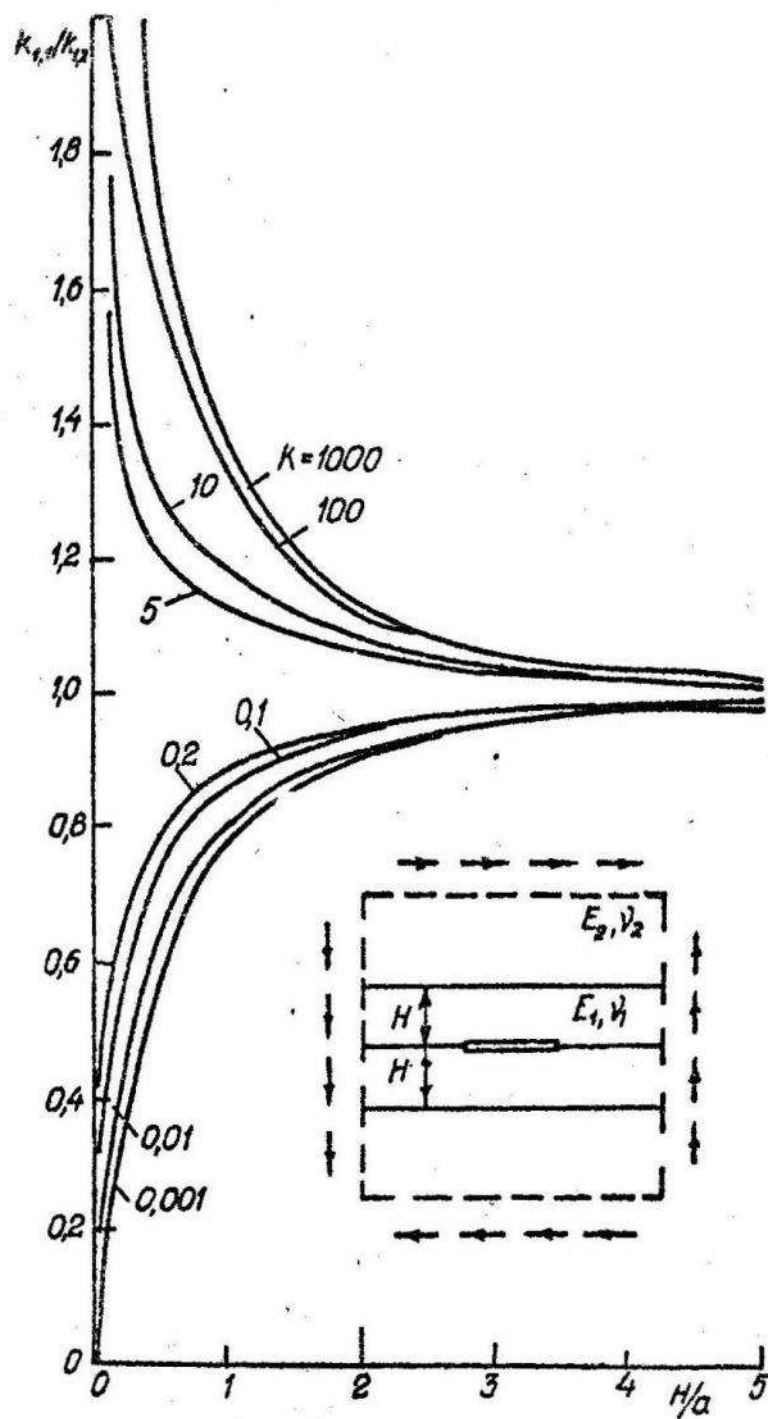


Рис. 3.

Оскільки знайти точну локалізацію дефекту в зварному шві не завжди можливо, то слід вважати за доцільне оцінити зверху значення КІН тріщини у зварному шві за допомогою КІН біля тріщини в однорідній пластинці з пружними характеристиками труби, домножених на коефіцієнт κ^σ

$$K_{2,1}^{(n)} - iK_{2,1}^{(n)} = K^0(K_1^{(n)} - iK_2^{(n)}), \quad K^0 = \max(1, E_1/E_2). \quad /7/$$

Можна припустити, що результати /5/ - /7/ більш точно опишуть граничне значення КІН біля тріщини у зварному шві, якщо під K_1 , K_2 розуміти значення КІН біля тріщини у циліндричній трубі [2].

Отримані результати безпосередньо застосовуються для оцінки міцності шаруватих композитів.

Список літератури: 1. Васильченко Г.С., Кошелев П.Ф. Практическое применение механики разрушения для оценки прочности конструкций. - М.: Наука, 1974. 2. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дачинин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. - Киев: Наукова думка, 1976. 3. Сулим Г.Т., Грилицкий Д.В. Интегральные уравнения задачи о напряженном состоянии кусочно-однородной плоскости с трещинами. - ФХМ, 1975, т. II, № 5. 4. Сулим Г.Т., Грилицкий Д.В. Решение сингулярных интегральных уравнений плоской задачи об упругом равновесии составных тел с трещинами. - ФХМ, 1976, т. I2, № 2.

Стаття надійшла в редколегію 10.03.1980 р.

УДК 536.24

Й.З.Піскозуб, Г.Т.Сулим

ВЛИВ ЛІНІЙНОГО ВКЛЮЧЕННЯ НА ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ ВІД ДИПОЛЯ ТЕПЛА

Розглядаємо плоску стаціонарну задачу теплопровідності без врахування тепловіддачі через бічні поверхні для складеного тіла з тонкостінними прошарками-включеннями на межі розділу компонентів. На осі абсцис $L = L' \cup L''$ декартової системи координат XOY розташована система N симетричних включень малої товщини $2h(x)$, так що $L' = \bigcup_{n=1}^N L_n$, де $L_n = [a_n^-, a_n^+]$ і на торцях включень $h(a_n^\pm) = 0$. Вадомо верхньої L'_2 та нижньої L'_1 границь включень здійснюється