Список літератури: 1. К а р с л о у Г., Е г е р Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. 2. К і т Г.С. Про аналогію між поздовжнім зсувом і стаціонарною теплопровідністю тіл з включеннями та тріщинами. – ДАН УРСР, сер. А, 1977, № 4. 3. М у с х е л и ш в и л и Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Физматгиз, 1962. 4. П і с к о з у б Й.З., С у л и м Г.Т. Вплив лінійного включення на температурне поле від джерела тепла. – Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., 1979, вип. 16. 5. С у л и м Г.Т. Влияние формы тонкого линейного включения на температурное поле в кусочно-однородной пластине. – ИФЖ, 1979, 37, № 6. 6. Ч е р е п а н о в Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974.

Стаття надійшла в редколегію 11.03.1980 р.

УДК 622.831

Т.Л.Мартинович, М.І.Задворняк

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНЬ В АНІЗОТРОПНОМУ МАСИВІ З ВИРОБКОЮ

За допомогою методів лінійної теорії пружності розглядаємо другу основну задачу для вагомого анізотропного масиву з горизонтальною циліндричною виробкою, проведеною на глибині H від денної поверхні L_0. Нормальний переріз виробки обмежений простим замкнутим контуром L, який описується рівнянням

$$x+iy=R\left(e^{i\theta}+\sum_{k=1}^{N} C_k e^{-ik\theta}\right), \quad \sum_{k=1}^{N} k|C_k|^2<1.$$

Віднесемо гірський масив до декартової системи координат xyz /рис. 1/. У кожній точці анізотропного масиву є площина пружної симетрії паралельна координатній площині xy, яка суміщена з нормальним перерізом горизонтальної виробки.

Напруження у нерозробленому масиві обчислюють за формулами

$$\sigma_x^0=\lambda_\delta\gamma(y-H), \quad \sigma_y^0=\gamma(y-H), \quad \tau_{xy}^0=0, \qquad /1/$$

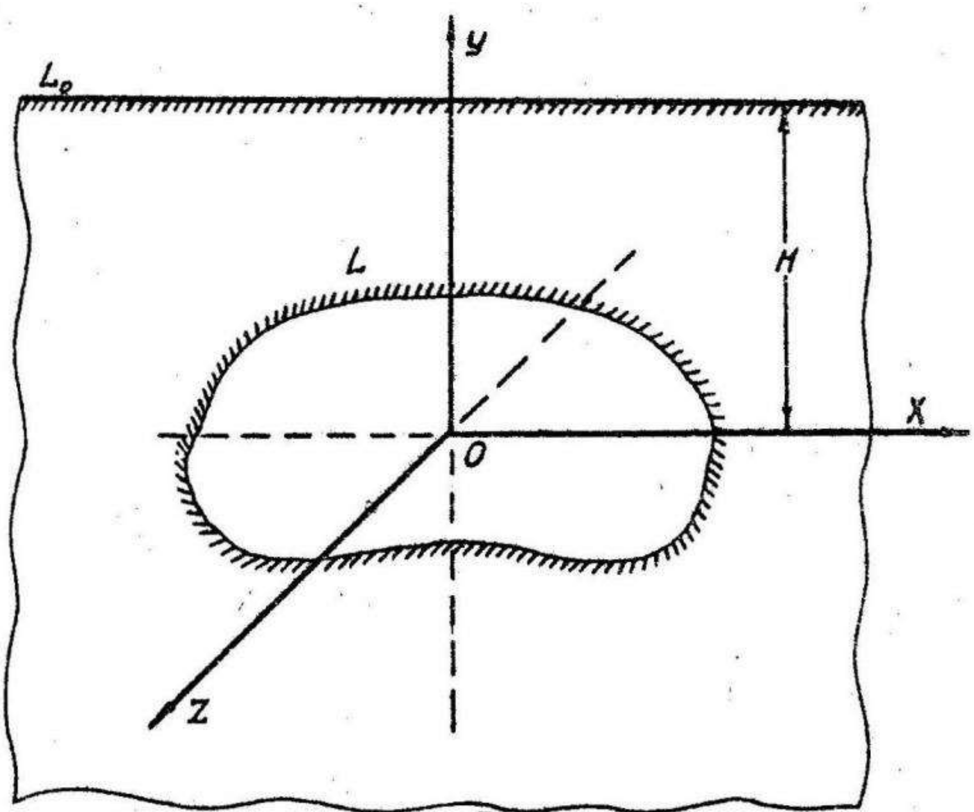

Рис. I.

де $\lambda = -\beta_{12}/\beta_{11}$ – коефіцієнт бокового розпору; γ – середня питома вага породи; β_{ij} – пружні постійні середовища *.

Комплексні потенціали $\varphi_j(z_j)$ $(j=1,2)$, що описують додатковий напружений стан, який прямує до нуля в міру віддалення від виробки, знаходимо з граничних умов

$$\int_L F(t)\,dV = \int_L F(t)\,d(u+iv) - 2i\delta \int_L F(t)(y-H)\,dy,$$

$$\int \overline{F(t)}\,dV = \int \overline{F(t)}\,d(u+iv) - 2i\delta \int \overline{F(t)}(y-H)\,dy, \qquad /2/$$

---

* Лехницкий С.П. Теоретические исследование напряжений в упругом анизотропном массиве вблизи подземной выработки эллиптического сечения. – Сборник трудов ВНИМИ, 1962, т.45.

де $\gamma = \sum_{j=1}^{2}[(p_j + iq_j)\varphi_j(z_j) + (\bar{p}_j + i\bar{q}_j)\overline{\varphi_j(z_j)}]$; $b = \frac{\Gamma}{2\beta_{11}}(\beta_{11}\beta_{12} - \beta_{12}^{2})$;
$F(t)$ – довільна голоморфна функція у нескінченній області зовні L, включаючи контур, $z_j = x + \mu_j y$ – ускладнені комплексні змінні.

Нехай функція, яка конформно відображає зовнішність одиничного кола $\gamma\ (|\xi| \geq 1)$ на зовнішність контура L, має вигляд

$$z = \omega(\xi) = R(\xi + \sum_{k=1}^{N} c_k \xi^{-k}),\ \omega'(\xi) \neq 0 \ \text{при}\ |\xi| \geq 1. \qquad /3/$$

У перетворених областях $(|\xi_j| \geq 1)$ комплексні потенціали записуємо як

$$\varphi_{jj}(\xi_j) = D_j \ln \xi_j + \sum_{k=1}^{N} a_{kj}\xi_j^{k} + \sum_{k=0}^{\infty} A_{kj}\xi_j^{-k},\ (j = 1,2), \qquad /4/$$

$D_j\ (j=1,2)$ визначаються з умови однозначності переміщень.

Довільну функцію, використану при написанні граничних умов /2/, зобразимо у вигляді ряду

$$F[\omega(\xi)] = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \xi^{-n}. \qquad /5/$$

Із міркувань, що функції $\varphi_j(z_j)\ (j=1,2)$ повинні бути обмеженими зовні одиничного кола і виходячи з граничних умов /2/, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів комплексних потенціалів

$$\sum_{j=1}^{2}[(p_j + iq_j)A_{nj} + (\bar{p}_j + i\bar{q}_j)\bar{a}_{nj}] = -\frac{1}{2\pi i n}\int \sigma^{n} d(u + iv) -$$
$$-\frac{ib}{2\pi}\bar{E}_{n+1} + HbG_n,$$
$$\sum_{j=1}^{2}[(\bar{p}_j + i\bar{q}_j)\bar{A}_{nj} + (p_j + iq_j)a_{nj}] = \frac{1}{2\pi i n}\int \sigma^{-n} d(u + iv) + \qquad /6/$$
$$+\frac{ib}{2\pi}E_{n-1} + Hbg_n,$$
$$\varphi'_{jj}(\xi_j^{(i)}) = 0 \quad (n = 1,2,\ldots,\infty;\ i = 1,\ldots,N-1;\ j = 1,2),$$

де

$$g_1 = R(1 - \frac{\bar{R}}{R}\bar{c}_1),\ \ G_1 = -\bar{R}(1 - \frac{R}{\bar{R}}c_1);$$
$$g_k = -\bar{R}\bar{c}_k,\ \ G_k = Rc_k\ \ (k = 2,3,\ldots,N);$$

$$\varepsilon_n = \sum_{k=1}^{n} k g_k G_{n-k+1} + \sum_{k=1}^{N} k g_k G_{k-n-1} - \sum_{k=1}^{N-n-1} k g_{k+n+1} G_k ;$$

$$\eta_n = \sum_{k=1}^{N-n+1} k g_k G_{k+n-1} - \sum_{k=1}^{n-2} k G_k G_{n-k-1} - \sum_{k=n}^{N} k g_{k-n+1} G_k ;$$

$\varepsilon_n = 0$ при $n > 2N-1$; $\eta_n = 0$ при $n > 2N+1$;

$\xi_j^{(i)}$ – нулі функції $z_j'(\xi_j) = \omega_j'(\xi_j)$, причому $|\xi_j^{(i)}| > 1$.

Для прикладу розглянуто породу алевроліт з такими пружними характеристиками:

$$E_1 = 6.21 \cdot 10^5 \ \frac{кгс}{см^2} \ ; \ E_2 = 5.68 \cdot 10^5 \ \frac{кгс}{см^2} \ ;$$

$$G = 2.29 \cdot 10^5 \ \frac{кгс}{см^2} \ ; \ \nu_1 = 0.215 \ ; \ \nu_2 = 0.260 . \qquad /7/$$

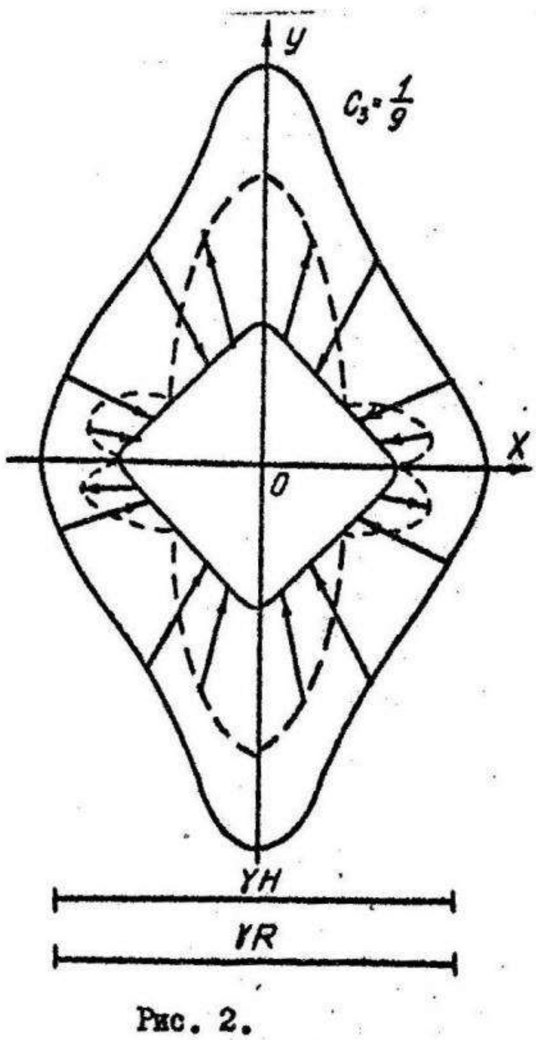

Рис. 2.

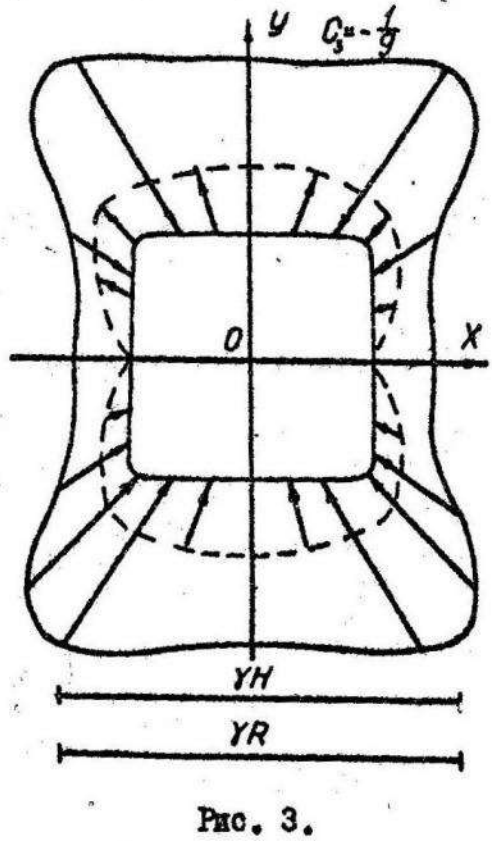

Рис. 3.

На рис. 2, 3 показано розподіл напружень σ_θ на поверхні квадратної виробки / $N=3$; $c_1=0$; $c_2=0$; $c_3=\pm V_q$ / у випадку абсолютно жорсткого ядра. Суцільною лінією зображені напруження у частках γH, пунктиром – у частках γR.

Стаття надійшла в редколегію 12.02.1980 р.

УДК 624.07:534.1

Б.І.Гайвась, В.М.Фарат

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ СТИСНУТОГО КОНСОЛЬНОГО КОНІЧНОГО СТЕРЖНЯ З МАСОЮ

Розглядаємо пружний консольний стержень жорсткості $EJ(x)$ і маси $m(x)$ при дії слідкуючої сили H та консервативної G на вільному кінці. Зосереджена маса M_1 розміщена у точці x_1 /рис. 1/. Дослідження малих коливань стержня зводиться до такої кра-

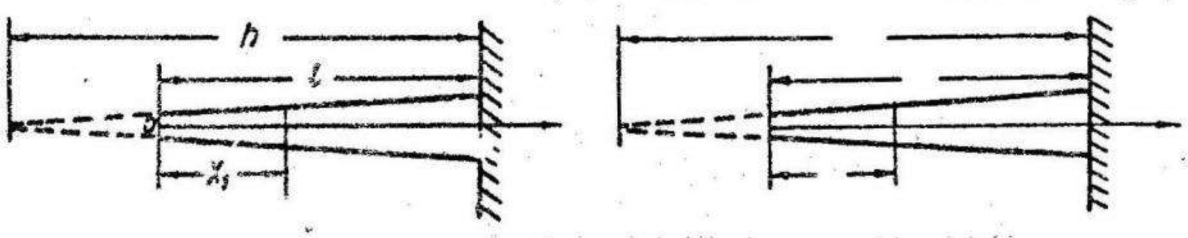

Рис. 1.

йової задачі:

$$[f(x)y'']'' + Py'' - \omega^2 g(x) y = \sum_{q=1}^{2} \omega^2 \eta_{q1} y^{(q-1)}(x_1)\delta_q(x-x_1), \qquad /1/$$

$$[f(x)y'']' + P(1-\delta)y' = 0, \quad f(x)y'' = 0 \quad \text{при} \quad x=0, \qquad /2/$$

$$y = y' = 0 \qquad \text{при} \quad x=1,$$

де $\omega^2 = \frac{m_0 \Omega^2 l^4}{EJ_0}$; $P = \frac{Nl^2}{EJ_0}$; Ω – частота;

$\eta_{11} = \frac{M_1}{m_0 l}$; $\eta_{21} = \frac{I_1}{m_0 l}$; $N = G+H$; $m_0 = m(1)$, $J_0 = J(1)$.