Взявши $h \equiv 0$ і використовуючи методику дослідження крайової задачі Рімана-Гільберта, зв"язаної з оператором /8/([2], лема 3), переконуємося, що оператор /8/ при $h \equiv 0$ має обмежений обернений оператор на $\mathcal{Y}$. Таким чином, наявна така теорема існування. Нехай потенціал /I/ задовольняє умовам а/, б/. Тоді за умови /9/ нелінійне інтегральне рівняння /3/ в достатньо малому околі параметра $\lambda = \lambda_0$ має розв"язок

$$x_h(\varphi,\lambda) = e^{u_0(\varphi)+h(\varphi,\lambda)} \cdot \cos[S[u_0+h](\varphi)+\varphi], \qquad /I0/$$

де $h(\varphi,\lambda) \in \mathcal{Y}$. Кожній функції /I0/ за формулою /6/ відповідає розв"язок оберненої задачі логарифмічного потенціалу. Цей розв"язок є зірковою функцією та неперервно залежить від параметра λ.

З теореми про неявну функцію випливає, що при λ достатньо близьких до λ_0 існує єдиний розв"язок.

Список літератури: I. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. - М.: Физматгиз, I959. 2. Михайлюк М.Й. Про локальну єдність розв"язку оберненої задачі логарифмічного потенціалу для змінної густини. - Математична фізика, I974, вип. I6.

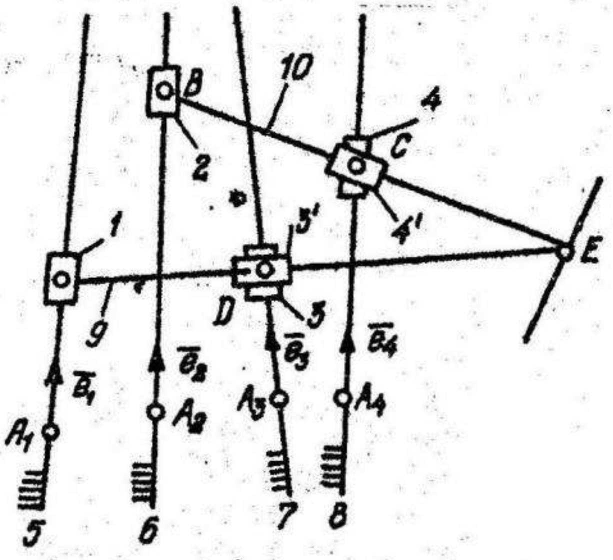
Стаття надійшла в редколегію 29.08.I980 р.

УДК 5I3

С.В.Дениско

МЕХАНІЗМ ДЛЯ УТВОРЕННЯ ПРЯМОЇ

Зображений на рисунку механізм має таку будову. Повзуни I, 2, 3, 4 переміщаються відповідно вздовж напрямних 5, 6, 7, 8 так, що $\overline{A_1A} = \lambda\bar{e}_1$, $\overline{A_2B} = K_2\lambda\bar{e}_2$, $\overline{A_3D} = K_3\lambda\bar{e}_3$, $\overline{A_4C} = K_4\lambda\bar{e}_4$ і A_1, A_2, A_3, A_4 - зафіксовані точки; K_2, K_3, K_4 - сталі; λ - змінна; $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$, $\bar{e}_4$ - орти. Переміщення повзунів I - 4 можна здійснити за допомогою складного зубчастого механізму, у якого вказані повзуни є зубчастими рейками. Повзуни 3, 3' утворюють обертальну пару D , а повзуни 4,4' - обертальну пару C . Напрямна 9 повзуна 3' утворює обертальну пару A з повзуном I, а напрямна I0 повзуна 4' - обертальну пару B з повзуном 2 , E - точка перетину прямих AD , BC



Вияснимо, які необхідні та достатні умови повинні бути для того, щоб точка E описувала пряму.

Виберемо прямокутну декартову систему координат x^1 , x^2 так, щоб вісь x^2 суміщалась з прямою, яку описує точка E .

Рівняння прямих AD , BC запишемо відповідно таким чином:

$$\frac{x^1-(x_1^1+\lambda e_1^1)}{x_3^1+K_3\lambda e_3^1-(x_1^1+\lambda e_1^1)}=\frac{x^2-(x_1^2+\lambda e_1^2)}{x_3^2+K_3\lambda e_3^2-(x_1^2+\lambda e_1^2)},$$

$$\frac{x^1-(x_2^1+K_2\lambda e_2^1)}{x_4^1+K_4\lambda e_4^1-(x_2^1+K_2\lambda e_2^1)}=\frac{x^2-(x_2^2+K_2\lambda e_2^2)}{x_4^2+K_4\lambda e_4^2-(x_2^2+K_2\lambda e_2^2)}, \qquad /I/$$

де x_m^i - координати точки A_m , а e_m^i - координати вектора $\bar{e}_m$. Знайшовши з системи /I/ x^1 і прирівнявши його до нуля, матимемо

$$\lambda^3\left[K^3(-K_4 e_4^1+K_2 e_2^1)(e_1^1 e_3^2-e_1^2 e_3^1)+\right.$$

$$+ K_2K_4(K_3e_3^1 - e_1^1)(e_2^1e_4^2 - e_2^2e_4^1)] + \lambda^2[K_3(-x_4^1+x_2^1)\times$$

$$\times(e_1^1e_3^2 - e_1^2e_3^1) + (-K_4e_4^1 + K_2e_2^1)(e_1^1x_3^2 + K_3e_3^2x_1^1 -$$

$$- e_1^2x_3^1 - K_3e_3^1x_1^2) + K_2K_4(x_3^1 - x_1^1)(e_2^1e_4^2 - e_2^2e_4^1) +$$

$$+ (K_3e_3^1 - e_1^1)(K_2e_2^1x_4^2 + K_4e_4^2x_2^1 - K_2e_2^2x_4^1 - K_4e_4^1x_2^2)] +$$

$$+ \lambda[(-x_4^1+x_2^1)(e_1^1x_3^2 + K_3e_3^2x_1^1 - e_1^2x_3^1 - K_3e_3^1x_1^2) +$$

$$+ (-K_4e_4^1 + K_2e_2^1)(x_1^1x_3^2 - x_1^2x_3^1) + (x_3^1 - x_1^1)\times$$

$$\times(K_2e_2^1x_4^2 + K_4e_4^2x_2^1 - K_2e_2^2x_4^1 - K_4e_4^1x_2^2) +$$

$$+ (K_3e_3^1 - e_1^1)(x_2^1x_4^2 - x_2^2x_4^1)] + (-x_4^1 + x_2^1)\times$$

$$\times(x_1^1x_3^2 - x_1^2x_3^1) + (x_3^1 - x_1^1)(x_2^1x_4^2 - x_2^2x_4^1) = 0.$$

Оскільки в останній рівності λ може бути будь-яким, то існують такі умови:

$$K_3(-K_4e_4^1 + K_2e_2^1)(e_1^1e_3^2 - e_1^2e_3^1) + K_2K_4(K_3e_3^1 - e_1^1)\times$$

$$\times(e_2^1e_4^2 - e_2^2e_4^1) = 0,$$

$$K_3(-x_4^1+x_2^1)(e_1^1e_3^2 - e_1^2e_3^1) + (-K_4e_4^1 + K_2e_2^1)\times$$

$$\times(e_1^1x_3^2 + K_3e_3^2x_1^1 - e_1^2x_3^1 - K_3e_3^1x_1^2) + K_2K_4(x_3^1 - x_1^1)\times$$

$$\times(e_2^1e_4^2 - e_2^2e_4^1) + (K_3e_3^1 - e_1^1)(K_2e_2^1x_4^2 + K_4e_4^2x_2^1 -$$

$$- K_2e_2^2x_4^1 - K_4e_4^1x_2^2) = 0,$$

$$(-x_4^1+x_2^1)(e_1^1x_3^2+k_3e_3^2x_1^1-e_1^2x_3^1-k_3e_3^1x_1^2)+$$
$$+(-k_4e_4^1+k_2e_2^1)(x_1^1x_3^2-x_1^2x_3^1)+(x_3^1-x_1^1)\times$$
$$\times(k_2e_2^1x_4^2+k_4e_4^2x_2^1-k_2e_2^2x_4^1-k_4e_4^1x_2^2)+$$
$$+(k_3e_3^1-e_1^1)(x_2^1x_4^2-x_2^2x_4^1)=0,$$
$$(-x_4^1+x_2^1)(x_1^1x_3^2-x_1^2x_3^1)+(x_3^1-x_1^1)(x_2^1x_4^2-x_2^2x_4^1)=0. \quad /2/$$

Вони необхідні та достатні для того, щоб точка $\mathcal{E}$ описувала пряму.

З /2/ випливають такі твердження.

I. Якщо точки A_1, A_2, A_3, A_4 суміщаються, то вони знаходяться на прямій, яку описує точка $\mathcal{E}$.

Доведення. Точки A_1, A_2, A_3, A_4 суміщаються, тому умови /2/ мають вигляд:

$$k_3(-k_4e_4^1+k_2e_2^1)(e_1^1e_3^2-e_1^2e_3^1)+k_2k_4(k_3e_3^1-e_1^1)\times$$
$$\times(e_2^1e_4^2-e_2^2e_4^1)=0, \quad /3/$$
$$x_1^1[(-k_4e_4^1+k_2e_2^1)(k_3e_3^2-e_1^2)+(k_3e_3^1-e_1^1)(k_4e_4^2-k_2e_2^2)]=0.$$

Коли $x_1^1\neq 0$, то з другої рівності системи /3/ дістаємо

$$\frac{\lambda(-k_4e_4^1+k_2e_2^1)}{\lambda(k_3e_3^1-e_1^1)}=\frac{\lambda(-k_4e_4^2+k_2e_2^2)}{\lambda(k_3e_3^2-e_1^2)}.$$

Звідси випливає, що пряма BC паралельна прямій AD. Це неможливо, оскільки ми вимагаємо, щоб пряма BC перетиналась з прямою AD у точці $\mathcal{E}$. Отже, $x_1^1=0$. Тоді умови /3/ можна вадовільнити, і ми маємо механізм, точки A_1, A_2, A_3, A_4 якого суміщаються в точкою на прямій, яку описує точка E.

2. Нехай суміщаються напрямні 5 та 6 і 7 та 8, та паралельні осі x^2. Точка E описуватиме вісь x^2 тоді і тільки тоді, коли відношення другої координати вектора $\overline{CD}$ до другої координати вектора $\overline{BA}$ дорівнюватиме відношенню першої координати точки D до першої координати точки A.

Д о в е д е н н я . Візьмемо вектори $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3, \bar{e}_4$ такими, щоб їх напрямки суміщалися в додатним напрямком осі x^2. Тоді

$$e_m^1 = 0, \quad e_m^2 = 1. \tag{4}$$

Крім того, очевидно,

$$x_1^1 = x_2^1, \quad x_3^1 = x_4^1. \tag{5}$$

З огляду на /4/ та /5/ умови /2/ запишемо таким чином:

$$\frac{\lambda(K_3 - K_4)}{\lambda(1 - K_2)} = \frac{x_3^1}{x_1^1}, \quad \frac{x_3^2 - x_4^2}{x_1^2 - x_2^2} = \frac{x_3^1}{x_1^1},$$

що і доводить наше твердження.

Стаття надійшла в редколегію 15.09.1978 р.