одержані С.С.Григоряном з використанням теорії оболонок Кірхгофа-Лява.

Список літератури: 1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. - М.: Мир, 1975. 2. Новацкий В. Теория упругости. - М.: Мир, 1975. 3. Шинкаренко Г.А., Марчук М.В. Розрахунок тривимірних температурних полів методом скінченних елементів. - Львів: Вища школа, 1979.

Стаття надійшла в редколегію 21.02.81

УДК 518:517.948

М.Я.Бартіш, Л.Л.Роман

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ТИПУ НЬЮТОНА-КАНТОРОВИЧА У НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ

У праці [2] розглянута задача визначення у циліндричній оболонці з залежними від температури характеристиками матеріалу осесиметричних температурних полів, що забезпечують максимально низький рівень температурних напруг. У праці [3] аналізується така ж задача при умові, що характеристики матеріалу не змінюються при нагріванні. Її розв"язок можна одержати як частинний випадок задачі [2] при $\lambda_1(x) = 0$. Для розв"язування задачі застосовують метод, який полягає в апроксимації нелінійної системи диференціальних рівнянь високого порядку нелінійною системою алгебраїчних рівнянь, знаходження розв"язку одержаної системи градієнтними методами. При цьому внаслідок апроксимації виникає неусувна похибка обчислень.

Більш доцільно використовувати зведення нелінійної крайової задачі до нелінійної системи алгебраїчних рівнянь наступним чином.

Введенням нових змінних

$$z_1 = W_1 - \varepsilon_{T_c} \alpha_1 T_1,\quad z_2 = \frac{dW_1}{dx},\quad z_3 = \frac{d^2 W_1}{dx^2},\quad z_4 = \frac{d}{dx}\left(E_1 \frac{d^2 W_1}{dx^2}\right),\quad z_5 = T_1,$$
$$z_6 = \lambda_1,\quad z_7 = \frac{d\lambda_1}{dx},\quad z_8 = \frac{d^2\lambda_1}{dx^2},\quad z_9 = \frac{d^3\lambda_1}{dx^3} \qquad /1/$$

задачу із [2] зведем до крайової задачі

$$\frac{d\bar{z}}{dx} = \bar{f}(x, \bar{z}) \qquad /2/$$

$$\bar{g}(\bar{z}_0, \bar{z}_1) = \bar{d}, \qquad /3/$$

де $\bar{z} = (z_1, z_2, \ldots, z_9)$; $\bar{d} = 0$;

$$\bar{f}(x,\bar{z}) = \begin{pmatrix} z_2 - \varepsilon_{T_0} a\left(\frac{d\alpha_1}{dz_5} + \alpha_1\right) \\ z_3 \\ \frac{1}{E_1}\left(z_4 - \frac{dE_1}{dz_5} a \cdot z_3\right) \\ -4\rho^4 E_1 z_1 \\ a\frac{d^2\alpha_1}{dz_5^2} \\ z_7 \\ z_8 \\ z_9 \\ -2z_9\frac{dE_1}{dz_5} a + z_2\left[\frac{d^2E}{dz_5^2} a^2 + b\frac{dE}{dz_5}\right] - 4\rho^4 E_1 z_6 \end{pmatrix}$$

$$\bar{g}(\bar{z}_0, \bar{z}_1) = \begin{pmatrix} z_2(0) \\ z_4(0) \\ z_5(0) - T_0 \\ z_7(0) \\ z_9(0) \\ z_4(1) \\ z_5(1) \\ z_8(1) \\ z_9(1) \end{pmatrix}$$

при відомих виразах для a і b, які не наводимо внаслідок громіздкості запису.

Задача /2/, /3/ еквівалентна системі нелінійних алгебраїчних рівнянь [4]

$$\bar{q}(\bar{z}_0) = 0 \qquad /4/$$

при

$$\bar{q}(\bar{z}_0) = \begin{pmatrix} z_4(z_1^0, z_2^0, \ldots, z_9^0, 1) \\ z_5(z_1^0, z_2^0, \ldots, z_9^0, 1) \\ z_8(z_1^0, z_2^0, \ldots, z_9^0, 1) \\ z_9(z_1^0, z_2^0, \ldots, z_9^0, 1) \end{pmatrix}$$

і задачі Коші

$$\frac{d\bar{z}}{dx} = \bar{f}(x,\bar{z}), \quad \bar{z}(0) = \bar{z}_0, \qquad /5/$$

де $\bar{Z}_0 = (z_1^0, z_2^0, \dots, z_9^0)$ – розв"язок системи /4/, для знаходження якого можна використати різницевий аналог одного з методів типу Ньютона-Канторовича. Враховуючи, що при використанні методу Ньютона-Канторовича для розв"язування крайових задач велика кількість обчислень витрачається на обчислення значень функції $\bar{q}(\bar{z})$ і матриці Якобі з різницевого аналогу, доцільно використовувати рекурсивні методи [I] з оптимальним вибором параметра рекурсії. Для розв"язування системи /4/ застосовували обчислювальну схему [I] і, як показала практика, оптимальною є глибина рекурсії ρ_0 = 3.

Слід також відзначити, що при розв"язуванні задачі Коші необхідно використовувати методи, які дають розв"язок у точці X = I з достатньо високою точністю, наприклад метод Рунге-Кутта, Адамса, Мілна та ін.

Числові дослідження виконані для циліндричної оболонки з параметрами ρ = I0, h/R = I/20, ν = 0,3, виготовленої з матеріалу IXI8H9T. Температурні залежності функцій E_1 і α_1 брали лінійні

$$E_1(T_1) = 1 - 0{,}25\,T_1,$$
$$\alpha_1(T_1) = 1 + 0{,}47\,T_1$$

і квадратичні

$$E_1(T_1) = 1 - 0{,}25\,T_1 - T_1(T_1 - 0{,}95),$$
$$\alpha_1(T_1) = 1 + 0{,}47\,T_1 + T_1(T_1 - 0{,}97).$$

Обчислення проводили на ЕОМ ЄС – I022.

Екстремальні температурні поля та напруження по довжині оболонки для лінійної залежності характеристик матеріалу зображені на рис. I, при цьому температура віднесена до значення T_0, а напруги до значення $\alpha_0 E_0 T_0$.

Осьові напруги σ_z^- на внутрішній поверхні рівні за значенням σ_z^+ і протилежні за знаком, тому на рис. I не показані.

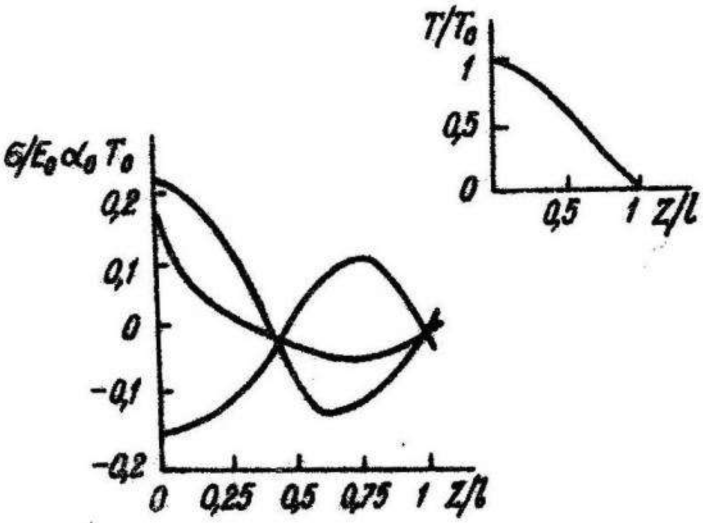

Рис.І.

Вплив температурної залежності характеристик матеріалу на оптимальні температурні поля і напруги зображено на рис. 2, 3. Суцільна лінія відповідає лінійній залежності температурних характеристик, штрихпунктирна – квадратичній апроксимації; постійним характеристикам $E_1 = 0{,}75$, $\alpha_1 = 1{,}12$ – пунктирна.

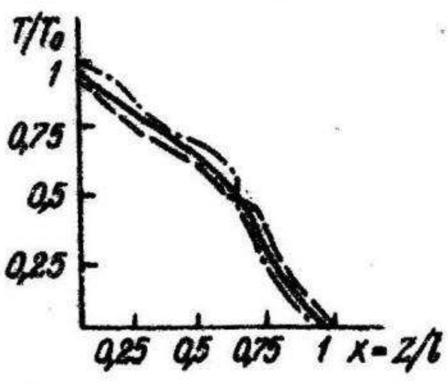

Рис.2.

Задача [3] обчислена для вказаних числових даних при лінійній залежності характеристик $E_1(T)$, $\alpha_1(T)$ і $K = 0{,}5$.

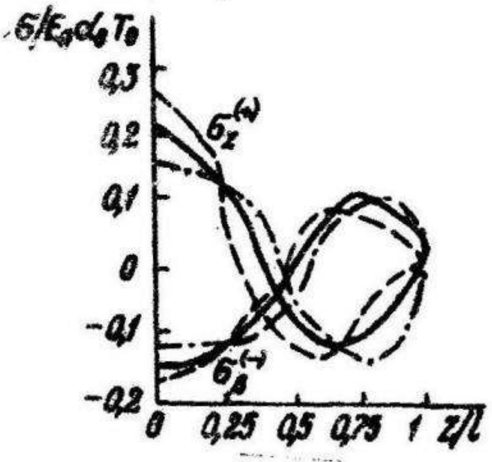

Рис.3.

Вплив температурної залежності характеристик матеріалу на оптимальні температурні поля для вільної оболонки зображено на рис. 4. Крива І відповідає оптимальному розподілу температур, крива 2 – розподілу температур для постійних характеристик.

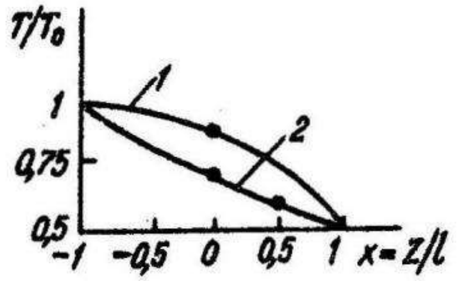

Рис.4.

Список літератури: I. Б а р т и ш М.Я., Щ е р б и н а Ю.Н. Итерационные формулы, получаемые с помощью рекурсии. – В кн.: Мат. сб. К., 1976. 2. Б у р а к Я.И., О г и р к о И.В. Оптимальный нагрев цилиндрической оболочки с зависящими от температуры характеристиками материала. – Мат. методы и физ.- мех. поля, 1977, вып. 5. 3. О г и р к о И.В. Исследование оболочек с учетом изменения свойств материала от температуры. Строит. техника и расчет сооружений, 1977, вып. 9. 4. Ш а м а н с к и й В.Е. Методы численного решения краевых задач на ЭЦВМ. – К.: Наукова думка, 1966, ч.2.

Стаття надійшла в редколегію 06.12.80

УДК 539.3:518

І.В.Огірко, Л.Л.Роман

ІТЕРАЦІЙНИЙ РОЗВ"ЯЗОК НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ПРО МІНІМАЛЬНИЙ ПРОГИН ПОЛОГОЇ ОБОЛОНКИ

Розглянемо гнучку жорстко защемлену пологу оболонку, прямокутну в плані $/2a \times 2b/$, віднесену до криволінійних координат x, y, які відлічують по лініях головних кривин. На оболонку /рис. 1/ в області $\Omega_1 \{|x| \le a_1, |y| \le b_1\}$ діє температурне поле $t(x,y)$, а по краю області $\Omega_2 \{a_1 \le |x| \le a,\ b_1 \le |y| \le b$ силове навантаження інтенсивності $q(x,y)$. Причому силове на-

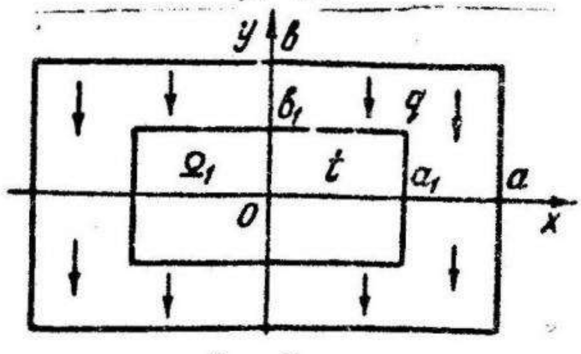

Рис.1.