

Рис. 4.

Список літератури: 1. Бартиш М.Я., Щербина Ю.Н. Итерационные формулы, получаемые с помощью рекурсии. - В кн.: Мат. сб. К., 1976. 2. Бурак Я.И., Огірко И.В. Оптимальный нагрев цилиндрической оболочки с зависящими от температуры характеристиками материала. - Мат. методы и физ.-мех. поля, 1977, вып. 5. 3. Огірко И.В. Исследование оболочек с учетом изменения свойств материала от температуры. Строит. техника и расчет сооружений, 1977, вып. 9. 4. Шаманский В.Е. Методы численного решения краевых задач на ЭВМ. - К.: Наукова думка, 1966, ч. 2.

Стаття надійшла в редколегію 06.12.80

УДК 539.3:518

І.В.Огірко, Л.Л.Роман

ИТЕРАЦИОННЫЙ РОЗВ'ЯЗОК НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ

ПРО МІНІМАЛЬНИЙ ПРОГІН ПОЛОГОЇ ОБОЛОНКИ

Розглянемо гнучку коротко защемлену полого оболонку, прямокутну в плані $2a \times 2b$, віднесену до криволінійних координат x, y , які відлічують по лініях головних кривин. На оболонку /рис. 1/ в області $\Omega_1 \{ |x| \leq a_1, |y| \leq b_1 \}$ діє температурне поле $t(x, y)$ а по краю області $\Omega_2 \{ a_1 \leq |x| \leq a, b_1 \leq |y| \leq b \}$ силове навантаження інтенсивності $q(x, y)$. Причому силове на-

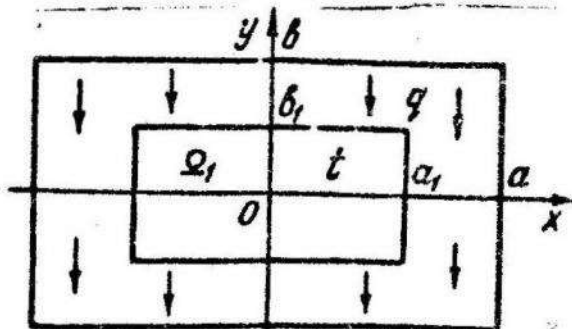


Рис. 1.

вантаження задане, а рівень температури можна міняти в межах

$$0 \leq t(x, y) \leq t_3 \quad /1/$$

при заданих умовах в центрі та на краю

$$t(0,0) = t_3, \quad t(x, \pm b_1) = 0, \quad t(\pm a_1, y) = 0, \quad /2/$$

а також умовах гладкості

$$t_x(0,0) = 0, \quad t_y(0,0) = 0, \quad t_x(x, \pm b_1) = 0, \quad t_y(\pm a_1, y) = 0, \quad /3/$$

/нижні індекси x, y - означають диференціювання; t_3 - задана температура/.

Необхідно так розподілити функцію температури $t(x, y)$ в рамках /1/-/3/, щоб прогин W оболонки був мінімальний при обмеженні на рівень максимального напруження $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$

$$\max_{|x| \leq a, |y| \leq b} \{ \sigma_x^{\pm}, \sigma_y^{\pm}, \sigma_{xy}^{\pm} \} \leq K[\sigma]_g \quad /4/$$

як на верхній знак $+/+$, так і на нижній $-/-$ поверхні оболонки $[\sigma]_g$ - допустиме напруження для даного матеріалу; K - коефіцієнт/.

За критерій оптимальності прийmemo функцію

$$\min \left\{ \max_{|x| \leq a, |y| \leq b} |W(x, y)| \right\}. \quad /5/$$

Нелінійними обмеженнями - рівняннями у задачі виступають рівняння термопружності гнучкої оболонки [1], які відносно переміщень W, U, V мають вигляд:

$$\begin{aligned} & - \frac{h^3}{12} \nabla^4 W - 2\mu_2 \alpha t \nabla^2 W + U_x (\kappa_1 + \nu_3 W) + 2\mu_1 U_y W_{xy} + 2\mu_1 V_x W_{xy} + \\ & + V_y (\kappa_2 + \nu_4 W) + [-\kappa_1 W + 0.5(W_x^2 + \nu W_y^2)](\kappa_1 + W_{xx}) + [-\kappa_2 W + \\ & + 0.5(W_y^2 + \nu W_x^2)](\kappa_2 + W_{yy}) + 2\mu_1 W_x W_y W_{xy} = \alpha t(\kappa_1 + \kappa_2), \end{aligned} \quad /6/$$

$$\nabla_3 U + \mu_2 V_{xy} - \kappa_1 W_x + \mu_2 W_{xy} W_y + W_x \nabla_1 W = 0,$$

$$\nabla_2 V + \mu_2 U_{xy} - \chi_2 W_y + \mu_2 W_x W_{xy} + W_y \nabla_2 W = 0, \quad /8/$$

$$\text{де } \nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2};$$

$$\nabla_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \mu_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad \nabla_2 = \mu_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad \nabla_3 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2};$$

$$\nabla_4 = \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad \chi_1 = \chi_1 + \nu \chi_2, \quad \chi_2 = \nu \chi_1 + \chi_2, \quad \mu_1 = 0.5(1-\nu); \quad \mu_2 = 0.5(1+\nu);$$

h - товщина оболонки; χ_1, χ_2 - кривини оболонки по осях x, y ; E - модуль пружності; α - коефіцієнт температурного лінійного розширення; ν - коефіцієнт Пуассона.

Граничні умови

$$W=0, U=0, V=0, \quad \text{при } x=\pm a, y=\pm b, \quad /9/$$

$$W_y /_{y=\pm b} = 0, \quad W_x /_{x=\pm a} = 0.$$

Розв'язок екстремальної задачі /5/ при обмеженнях /1/-/4/, /6/-/9/ здійснюється згідно з методикою [2] чисельно на ЕОМ в три етапи:

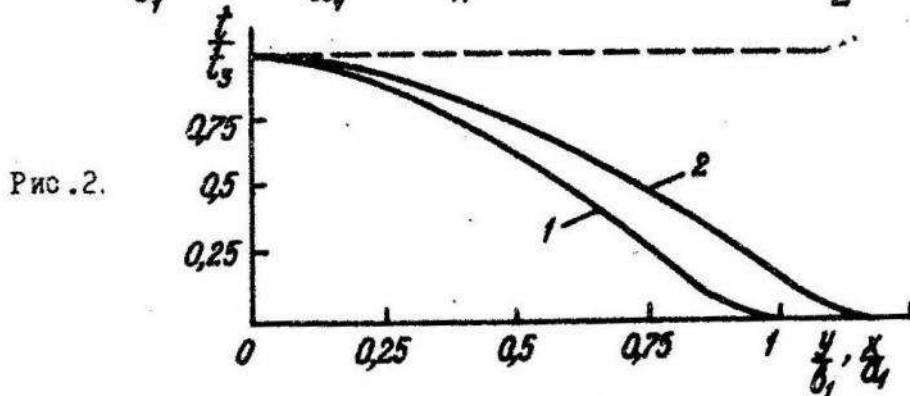
а/ будуть дискретний аналог задачі /1/-/9/ методом сіток з підвищеною точністю, при цьому на поверхні оболонки вводять вузли (i, j) , де $i = \overline{0, n}$; $j = \overline{0, m}$;

б/ формують підпрограму для знаходження значень функцій W, U, V у вузлах (i, j) з крайової задачі /6/-/9/ ітераційним методом верхньої релаксації;

в/ оптимальні значення розподілу температури t_{ij} в області Ω , шукають ітераційно з кроком δ_y методом локальних варіацій.

Для оцінки точності розв'язку здійснювали перерахунок задачі на ЕОМ при різних сітках розбиття області Ω оболонки.

Як приклад показані результати для сталевий /матеріал ІХІВ
Н 9 Т/ пологої сферичної $K_I = K_2 = 1/R$ оболонки з параметрами
 $\frac{a}{b} = 1,2$; $\frac{a_1}{b_1} = 1,2$; $\frac{a}{a_1} = 2$; $\frac{R}{h} = 100$; $K = 0,5$; $\frac{q}{E} = 10$.



На рис. 2 показані графіки розподілу температури у перетинах
 $X = 0$ /лінія 1/ і $Y = 0$ /лінія 2/ оболонки.

Список літератури: І. Безухов Н.П., Бажанов В.Л.,
Гольденблат И.И. и др. Расчет на прочность, устойчивость
и колебание в условиях высоких температур. М.: Машиностроение, 1968.
2. Огирко И.В. Оптимизация термонапряжений и деформаций в гиб-
ких оболочках с учетом температурной зависимости характеристик ма-
териала на основе применения итерационных методов: Автореф. дис. ...
канд. физ.-мат. наук. - Львов, 1978.

Стаття надійшла в редколегію 04.08.81

УДК 624.07:534.1

Б.І.Гайвась, В.М.Фарат

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ І СТІЙКОСТІ КОНІЧНОГО СТЕРЖНЯ ЗІ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ МАСАМИ, ЩО ЗНАХОДЯТЬСЯ НА УЗАГАЛЬНЕНІЙ ВІНКЛЕРОВІЙ ОСНОВІ

У праці [1] вказано спосіб побудови характеристичного ряду кра-
йової задачі, що описує поперечні коливання стиснутих пружних стер-
жнів змінної жорсткості з зосередженими масами та сингулярностями
у пружній основі.

Застосуємо цей спосіб до дослідження коливань і стійкості кон-
сольного конічного стержня з зосередженими масами на сингулярній