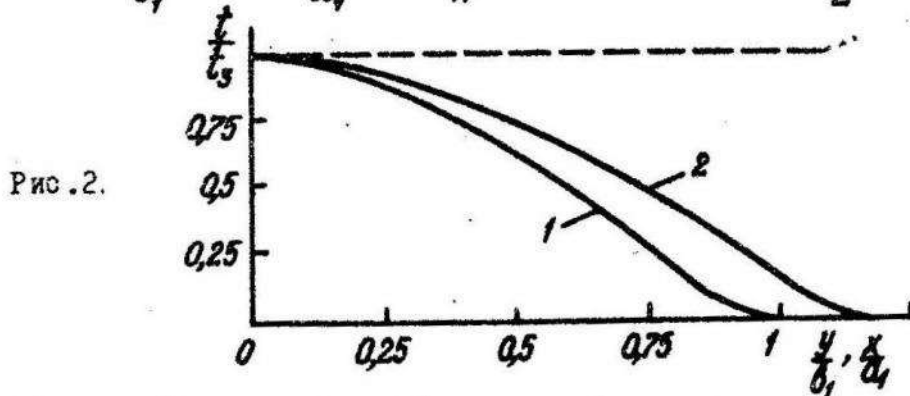


Як приклад показані результати для сталевий /матеріал ІХІ8 Н 9 Т/ пологої сферичної $K_I = K_2 = 1/R$ оболонки з параметрами $\frac{a}{b} = 1,2$; $\frac{a_1}{b_1} = 1,2$; $\frac{a}{a_1} = 2$; $\frac{R}{h} = 100$; $K = 0,5$; $\frac{q}{E} = 10$.



На рис. 2 показані графіки розподілу температури у перетинах $X = 0$ /лінія 1/ і $Y = 0$ /лінія 2/ оболонки.

Список літератури: І. Безухов Н.П., Бажанов В.Л., Гольденблат И.И. и др. Расчет на прочность, устойчивость и колебание в условиях высоких температур. М.: Машиностроение, 1968.
2. Огирко И.В. Оптимизация термонапряжений и деформаций в гибких оболочках с учетом температурной зависимости характеристик материала на основе применения итерационных методов: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. - Львов, 1978.

Стаття надійшла в редколегію 04.08.81

УДК 624.07:534.1

Б.І.Гайвась, В.М.Фарат

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ І СТІЙКОСТІ КОНІЧНОГО СТЕРЖНЯ ЗІ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ МАСАМИ, ЩО ЗНАХОДЯТЬСЯ НА УЗАГАЛЬНЕНІЙ ВІНКЛЕРОВІЙ ОСНОВІ

У праці [1] вказано спосіб побудови характеристичного ряду крайової задачі, що описує поперечні коливання стиснутих пружних стержнів змінної жорсткості з зосередженими масами та сингулярностями у пружній основі.

Застосуємо цей спосіб до дослідження коливань і стійкості конічного конічного стержня з зосередженими масами на сингулярній

основі при сумісній дії консервативної і слідкуючої сил на вільному кінці $x = 0$, вважаючи, що кінець $x = l$ пружно закріплений. Включення у розподілені параметри зосереджені в точках $x_i \in \overline{0, l}$.

Приймаючи позначення праці [1] маємо

$$f(x) = (a + bx)^4, \quad g(x) = (a + bx)^2, \quad /1/$$

де 1/ $a = 1 - \alpha$, $b = \alpha$ для стержня, зображеного на рис. 1; 2/ $a = 1$, $b = -\alpha$ для стержня, зображеного на рис. 2; $\alpha = \frac{l}{h}$ - параметр конусності; l - довжина зрізаного конуса; h - довжина повного конуса.

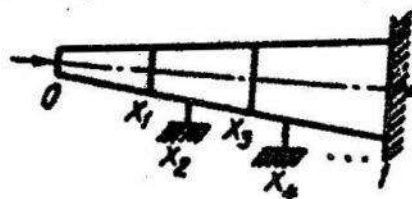


Рис. 1.

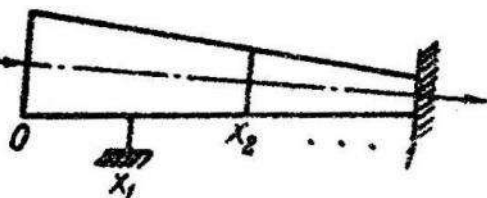


Рис. 2.

Фундаментальна система розв'язків рівняння /9/ праці [1] відома і має вигляд

$$\varphi_1(x) = (a + bx) \left[\frac{a-b}{\sqrt{\rho}} \sin \frac{\sqrt{\rho} x}{a(a+bx)} + \frac{1}{a} \cos \frac{\sqrt{\rho} x}{a(a+bx)} \right],$$

$$\varphi_2(x) = (a + bx) \left[-\frac{b}{\sqrt{\rho}} \sin \frac{\sqrt{\rho} x}{a(a+bx)} + \frac{1}{a} \cos \frac{\sqrt{\rho} x}{a(a+bx)} \right], \quad /2/$$

$$G(x, \xi) = \frac{(a+bx)(a+b\xi)}{\sqrt{\rho}} \sin \frac{\sqrt{\rho}(x-\xi)}{(a+bx)(a+b\xi)},$$

$$\psi(x, \xi) = -(a+bx)(a+b\xi) \eta(\theta).$$

$$\eta(\theta) = \frac{1}{\rho} \sin \sqrt{\rho} \theta - \theta, \quad /3/$$

$$\theta = \frac{x - \xi}{(a+bx)(a+b\xi)}.$$

Введемо позначення

$$\Omega_i = \frac{1-x_i}{(a+bx_i)(a+b)}, \quad \chi_m = \frac{1-a\theta_m(a+b)}{1+b\theta_m(a+b)},$$

$$\Omega_{ij} = \frac{x_i - x_j}{(a+bx_i)(a+bx_j)}, \quad \Omega_{ii} = \frac{x_i}{(a+bx_i)a},$$

$$\chi_{im} = \frac{x_i - a(a+bx_i)\theta_m}{1+b(a+bx_i)\theta_m}. \quad /4/$$

Використовуючи рекурентні співвідношення /19/ [1] приходимо після деяких перетворень до розрахункових формул, необхідних для обчислення коефіцієнтів A_m характеристичного ряду:

$$\begin{aligned} A_{ikh}^m &= (-1)^m \frac{(a+bx_i)^{\delta m}}{\rho^m} \int_0^{\Omega_{ii}^m} \dots \int_{\theta_{m-1}}^{\Omega_{ij}^m} \varphi_{2m-1}^i(\theta) \Phi_{ko}^H(\chi_{im}) d\theta_m \dots d\theta_1 + \\ &+ \sum_{j=1}^{i-1} \left\{ (-1)^m \frac{(a+bx_i)^{\delta m}}{\rho^m} \int_0^{\Omega_{ij}^m} \dots \int_{\theta_{m-1}}^{\Omega_{ij}^m} \varphi_{2m-1}^i(\theta) \Phi_{koj}(\chi_{im}) d\theta_m \dots d\theta_1 + \right. \\ &+ \sum_{\mu=1}^{m-1} (-1)^{m-\mu} \frac{(a+bx_i)^{\delta(m-\mu)}}{\rho^{m+1-\mu}} \int_0^{\Omega_{ij}^m} \dots \int_{\theta_{m-1-\mu}}^{\Omega_{ij}^m} \varphi_{2m-\mu}^i(\theta) \sum_{q=1}^2 \left[\eta_{qj}^{\mu-1} A_{jq-1k}^{\mu-1} + \right. \\ &+ \left. \eta_{qj}^0 A_{jq-1k}^{\mu} \right] (-1)^{q-1} \psi_{\xi}^{(q-1)}(\chi_{im-\mu}, x_j) d\theta_{m-\mu} \dots d\theta_1 + \\ &+ \left. \frac{1}{\rho} \sum_{q=1}^2 \left[\eta_{qj}^1 A_{jq-1k}^{m-1} + \eta_{qj}^0 A_{jq-1k}^m \right] (-1)^{q-1} \left[\psi_{\xi}^{(q-1)}(x, x_j) \right]_{x/x=x_j}^{(2)} \right\}, \\ \Phi_{km}^{(2)}(1) &= (-1)^m \frac{(a+b)^{\delta m}}{\rho^m} \int_0^{\frac{a(a+b)}{1+b(a+b)}} \dots \int_{\theta_{m-1}}^{\frac{a(a+b)}{1+b(a+b)}} \varphi_{2m-1}^0(\theta) \Phi_{ko}^H(\chi_m) d\theta_1 \dots d\theta_m + \\ &+ \sum_{i=1}^n \left\{ (-1)^m \frac{(a+b)^{\delta m}}{\rho^m} \int_0^{\Omega_i^m} \dots \int_{\theta_{m-1}}^{\Omega_i^m} \varphi_{2m-1}^0(\theta) \Phi_{koi}(\chi_m) d\theta_1 \dots d\theta_m + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\mu=1}^{m-1} (-1)^{m-\mu} \frac{(a+b)^{s(m-\mu)}}{\rho^{m+1-\mu}} \int_0^{Q_i} \dots \int_{\theta_{m-\mu-1}}^{Q_i} \varphi_{i, m-1-\mu}(\theta_\nu) \sum_{q=1}^2 [\eta_{q_i}^1 \mathcal{A}_{i, q-1, k}^{\mu-1} + \\
& + \eta_{q_i}^0 \mathcal{A}_{i, q-1, k}^\mu] (-1)^{q-1} \psi_{\xi}^{(q-1)}(\chi_{m-\mu}, x_i) d\theta_{m-\mu} \dots d\theta_1 + \\
& + \frac{1}{\rho} \sum_{q=1}^2 [\eta_{q_i}^1 \mathcal{A}_{i, q-1, k}^{m-1} + \eta_{q_i}^0 \mathcal{A}_{i, q-1, k}^m] (-1)^{q-1} \left[\psi_{\xi}^{(q-1)}(\chi, x_i) \right]_{\chi/x=1}^{(2)}, \quad (5)
\end{aligned}$$

де

$$\varphi_{i\ell}(\theta_\nu, x) = \frac{f_\ell(\theta_i, x) \prod_{n=1}^{\ell} \eta(\theta_{n+1} - \theta_\nu)}{[1 + (a+bx)b\theta_{\ell+1}]^5 \prod_{\nu=1}^5 [1 + b(a+bx)\theta_\nu]^6};$$

$$\varphi_{i\ell}^1(\theta_\nu) = \varphi_{i\ell}(\theta_\nu, x_i); \quad \varphi_{i\ell}^0(\theta_\nu) = \varphi_{i\ell}(\theta_\nu, 1);$$

/6/

$$f_0(\theta_i, x) = \eta(\theta_i);$$

$$f_1(\theta_i, x) = \frac{1}{(a+bx)^2} \{ \eta'(\theta_i) + b(a+bx)\eta(\theta_i) \};$$

$$f_2(\theta_i, x) = \frac{\rho}{(a+bx)^4} [\eta(\theta_i) + \theta_i].$$

З використанням цих формул характеристичне рівняння для ковального стержня набуває вигляду

$$\sum_{m=0}^{\infty} \mathcal{A}_m \omega^{2m} = 0, \quad \mathcal{A}_m = b_{mk} + \mathcal{G}_1 d_{mk}. \quad /7/$$

Коефіцієнти b_{mk} , d_{mk} визначають через $\Phi_{k\ell}^{(m)}(1)$ з допомогою співвідношень /29/ [1].

Для жорсткозащемленого кінця $X = I$ /для випадку I, зображеного на рис. I/ шляхом граничного переходу з характеристичного ряду /7/ отримуємо характеристичний поліном

$$\mathcal{A}_0 + \mathcal{A}_1 \omega^2 + \mathcal{A}_2 \omega^4 = 0,$$

$$\text{де } A_0 = 1 + \gamma_1 \alpha_1 \left[\eta' \left(\frac{1}{\alpha_1} \right) + \alpha \eta \left(\frac{1}{\alpha_1} \right) \right];$$

$$A_1 = \eta \left\{ \left[\left(x_1 - 1 + \gamma_1 \alpha_1 \left[(\alpha_1 + \alpha x_1) \eta(\Omega_n) - \eta \left(\frac{1}{\alpha_1} \right) \right] \right) \right] \times \right. \\ \left. + \frac{\psi''(x, \xi)}{\rho} \Big|_{x=1} + \frac{\eta(l, x_1)}{\rho} \left\{ 1 + \gamma_1 \alpha_1 \left[\eta' \left(\frac{1}{\alpha_1} \right) + \alpha \eta \left(\frac{1}{\alpha_1} \right) \right] \right\} \right] - \right. \\ \left. \eta_2 \left\{ 1 + \gamma_1 \alpha_1 \left[\frac{\eta'(\Omega_n)}{\alpha_1 + \alpha x_1} + \alpha \eta(\Omega_n) \right] \right\} \psi''_{x\xi}(x, \xi) \Big|_{x=1} \right\}; \quad /8/$$

$$A_2 = \eta_1 \eta_2 \left\{ 1 + \alpha_1 \gamma_1 \left[\frac{1}{\alpha_1 + \alpha x_1} \eta'(\Omega_n) + \alpha \eta(\Omega_n) \right] \right\} \left[\psi''_{x\xi} \psi - \psi'_{\xi} \psi'_x \right] \Big|_{x=1};$$

$$\alpha_1 = 1 - \alpha; \gamma_1 = 1 - \gamma; \eta_1 = \frac{M_1 l^3}{EJ}; \eta_2 = \frac{I_1 l}{EJ};$$

який у випадку $\alpha = 0$ /циліндричний стержень/ збігається з результатом праці [2].

Розрахунки проводились на ЕОМ. Чисельно досліджено вплив параметрів неконсервативності, конусності і точки розміщення зосередженої маси на критичні параметри навантаження при фіксованому $\eta'_1 = 1$
 $\eta'_{21} = 0$.

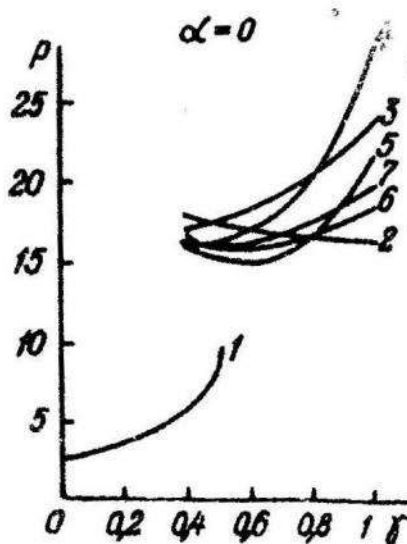


Рис. 3.

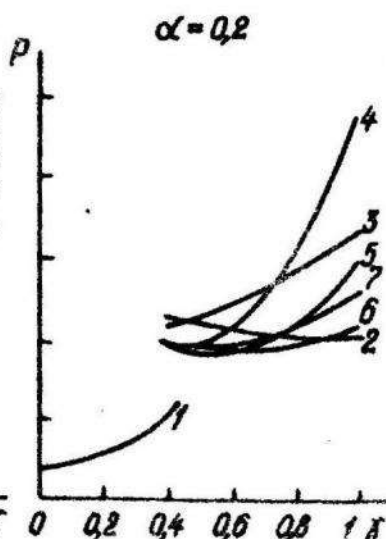


Рис. 4.

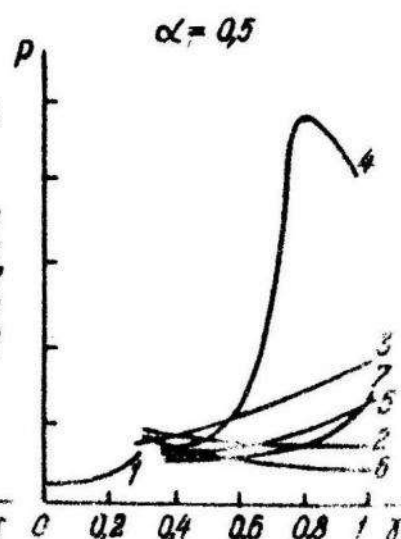


Рис. 5.

Як видно з рис. 3-5 статична втрата стійкості /крива I/ не залежить від зосередженої маси, а лише від параметрів конусності α і неконсервативності γ .

Для циліндричного стержня ($\alpha=0$) статична втрата стійкості може наступити тільки при параметрі неконсервативності $\gamma \leq 0,5$, для конічного ($\alpha=0,2$) при $\gamma \leq 0,42$, при $\alpha=0,5$ - при $\gamma \leq 0,3$. Криві 2-7 відповідають флатеру. Флатерні криві залежать як від параметрів конусності, неконсервативності, так і від точки розміщення маси. Точці прикладення маси $X_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$; і відповідають криві 2-7.

Список літератури: І. Г а й в а о в Б.И. К исследованию малых колебаний и устойчивости многопараметрических стержневых систем. - Рукопись деп. ВИНТИ 1980, № 2743-80. 2. Л е о н о в М.Я. Основы механики упругого тела.-Фрунзе, Изд-во АН Кирг. ССР, 1963.

Стаття надійшла в редколегію 16.04.81

УДК 533.6.013.42

О.В.Блажневська, Г.І.Ткачук

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ОБОЛОНКИ ОБЕРТАННЯ З ОТОЧУЮЧОЮ РІДИНОЮ ПРИ НАЯВНОСТІ ВНУТРІШНЬОГО ДЖЕРЕЛА ХВИЛЬ

Розглянемо тонку пружну оболонку обертання, заповнену й оточену рідкими середовищами, густини та швидкості звуку в яких рівні відповідно ρ_1, c_1 та ρ_2, c_2 . Середина поверхні оболонки утворена обертанням дуги кола навколо хорди. Нехай у внутрішньому середовищі на осі симетрії розміщене джерело збурень, що генерує акустичну хвилю, тиск у якій змінюється за законом

$$p_0 = \frac{P_0}{l} g(\tau-l) [H(\tau-l) - H(\tau-l-\tau_0)], \quad /I/$$

де P_0 - постійна, яка має розмірність тиску; l - безмірна /віднесена до піддовжини R хорди/ відстань від джерела; g - функція,