

мірну збіжність останнього інтеграла та його частинних похідних до другого порядку включно.

Шукаючи тепер розв'язок задачі /1/, /2/ у вигляді $u(x_1, x_2) = v(x_1, x_2) \tilde{u}(x_1, x_2)$, зводимо її до визначення $v(x_1, x_2)$ як розв'язку однорідної системи рівнянь

$$\sum_{k=1}^2 A_{kl} \frac{\partial^2 v}{\partial x_k \partial x_l} = 0$$

в області $H \setminus D$, який би на $\mathcal{T}$ задовольняв умови

$$\lim_{x \rightarrow y \in \mathcal{T}} B(y, \frac{\partial}{\partial x}) v = \lim_{x \rightarrow y \in \mathcal{T}} \sum_{k=1}^2 B_k(y, y_2) \frac{\partial v}{\partial x_k} = \psi(y, y_2),$$

де

$$\psi(y, y_2) = f(y, y_2) - B(y, \frac{\partial}{\partial y}) \tilde{u}(y, y_2).$$

Список літератури: 1. Лопатинський Я.Б. Фундаментальная система решений эллиптической системы линейных дифференциальных уравнений. - Укр. мат. журн., 1951, т.3, № 1. 2. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. - К.: Наукова думка, 1972.

Стаття надійшла в редколегію 12.03.81

УДК 517.913

К.С.Костенко

АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ ЗВЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКУ

Для рівняння

$$y^{(IV)} + p_1(x)y''' + (p_2(x) + z(x))y'' + p_3(x)y' + p_4(x)y = 0 \quad /1/$$

доведена така теорема.

Теорема. Нехай у рівнянні /1/ $p_1(x)$ неперервна, а $z(x), p_2(x)$ і $p_3(x) = \lambda \tilde{p}_3(x) \neq 0$ неперервно диференційовані функції відповідно один,

два і три рази на інтервалі $x_0 \leq x < \infty$. Нехай також

$$A(x) = \frac{1}{2} \ddot{z}^2(x) (\mu - 5 \ddot{z}''(x) \dot{z}(x) + \frac{5}{2} \dot{z}'^2(x)), \quad B(x) = \lambda \ddot{z}^3(x) + A'(x),$$

$$C(x) = (\nu - 0,09 \mu^2 - \frac{3}{2} \lambda \dot{z}(x)) \ddot{z}^4(x) + 0,3 A''(x) + (0,3 A(x))^2,$$

$\beta_0 \neq 0$ - дійсний розв'язок системи рівнянь

$$20\beta^3 + 2\mu\beta - \lambda = 0, \quad 21\beta^4 + 3\mu\beta^2 + \nu = 0,$$

результант якої дорівнює нулеві, причому $6\beta_0^2 + \mu = -a^2 < 0$.

Тоді за умов

$$\beta_0 \ddot{z}(x) > 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x, x_0) = \infty, \quad \int_{x_0}^{\infty} b(t) dt < \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} P_i(x) \ddot{z}^i(x) = 0, \quad (i=2,3,4),$$

або

$$\beta_0 \ddot{z}(x) < 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x, x_0) = \infty, \quad \int_{x_0}^{\infty} b(t) dt < \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} P_i(x) \ddot{z}^i(x) = 0, \quad (i=1,2,3),$$

де

$$P_1(x) = 4a\beta_0(a-4\beta_0) \left[\left(\frac{3}{2} \ddot{z}'' \ddot{z} + \frac{3}{4} \dot{z}'^2 - 2(\beta_0+a) \dot{z}' + (\beta_0+a)^2 \right) (A(x) - P_1(x)) + \right. \\ \left. + 2\ddot{z} \left(\frac{3}{2} \dot{z}' - \beta_0 a \right) \left(\frac{A'(x) + \tau(x)}{2} - P_1'(x) \right) + \ddot{z}^2 (C(x) + \tau'(x) - P_3(x) - P_1''(x)) \right] W^{-1};$$

$$P_2(x) = 4a\beta_0(a+4\beta_0) \left[\left(\frac{3}{2} \ddot{z}'' \ddot{z} + \frac{3}{4} \dot{z}'^2 - 2(\beta_0-a) \dot{z}' - (\beta_0-a)^2 \right) (A(x) - P_1(x)) + \right. \\ \left. + 2\ddot{z} \left(\frac{3}{2} \dot{z}' - \beta_0 + a \right) \left(\frac{A'(x) + \tau(x)}{2} - P_1'(x) \right) + \ddot{z}^2 (C(x) + \tau'(x) - P_3(x) - P_1''(x)) \right] W^{-1};$$

$$P_3(x) = 2a(16\beta_0^2 - a^2) \left[\left(\frac{3}{2} \ddot{z}'' \ddot{z} + \frac{3}{4} \dot{z}'^2 - 2\beta_0 \dot{z}' + \beta_0^2 \right) (A(x) - P_1(x)) + \right. \\ \left. + 2\ddot{z} \left(\frac{3}{2} \dot{z}' - \beta_0 \right) \left(\frac{A'(x) + \tau(x)}{2} - P_1'(x) \right) + \ddot{z}^2 (C(x) + \tau'(x) - P_3(x) - P_1''(x)) \right] W^{-1};$$

$$P_4(x) = 2a^3 \left[\left(\frac{3}{2} \ddot{z}'' \ddot{z} + \frac{3}{4} \dot{z}'^2 + 6\beta_0 \dot{z}' + 9\beta_0^2 \right) (A(x) - P_1(x)) + 2\ddot{z} \left(\frac{3}{2} \dot{z}' + 3\beta_0 \right) \left(\frac{A'(x) + \tau(x)}{2} - \right. \right. \\ \left. \left. - P_1'(x) \right) + \ddot{z}^2 (C(x) + \tau'(x) - P_3(x) - P_1''(x)) \right] W^{-1};$$

$$b(x) = 4/\ddot{z}(x) / \max \{ |P_1(x)|, |P_2(x)|, |P_3(x)|, |P_4(x)| \};$$

$$W = -8\beta_0 a^3 (22\beta_0^2 + \mu), \quad \varphi(x, x_0) = \int_{x_0}^x \ddot{z}^{-1}(t) dt,$$

рівняння /I/ має фундаментальну систему розв'язків, асимптотичне

зображення яких за $x \rightarrow \infty$ дають формули

$$y_i(x, x_0) = \ddot{z}^{\frac{i}{2}}(x) \exp[(\beta_0 + a) \varphi(x, x_0)] (1 + o(1)), \quad x \rightarrow \infty, \quad /2/.$$

$$y_2(x, x_0) = z^{\frac{1}{2}}(x) \exp[(\beta - \alpha)\varphi(x, x_0)](1 + o(1)), \quad x \rightarrow \infty, \quad /3/$$

$$y_3(x, x_0) = z^{\frac{3}{2}}(x) \exp[\beta\varphi(x, x_0)](1 + o(1)), \quad x \rightarrow \infty, \quad /4/$$

$$y_4(x, x_0) = z^{\frac{5}{2}}(x) \exp[-3\beta\varphi(x, x_0)](1 + o(1)), \quad x \rightarrow \infty. \quad /5/$$

За цих же умов головні частини асимптотичних формул для перших похідних фундаментальної системи розв'язків одержуємо формальним диференціюванням головних частин /2/ - /5/.

Те ж саме наявне для похідних другого порядку цих розв'язків, якщо

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (A(x) - p_0(x))z^{\frac{1}{2}}(x) = 0,$$

і третього порядку, коли

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (p_0'(x) - r(x))z^{\frac{3}{2}}(x) = 0,$$

додаково.

Список літератури: І. К о с т е н к о Е.С. Интегрирование в замкнутой форме и асимптотическое поведение решений линейных обобщенных дифференциальных уравнений третьего порядка. - Дифференциальные уравнения, 1974, т.10, № 10. 2. П а в л я к І.А. Асимптотичні властивості розв'язків неавтономних систем диференціальних рівнянь другого порядку. Вид-во Кмів. ун-ту, 1970.

Стаття надійшла в редколегію 15.03.81

УДК 517.947

В.Г.Костенко, О.О.Веселовська

АСИМПТОТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК КВАЗІЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ

ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКУ З ПОВІЛЬНО ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

У монографії [1] і статті [2] наведена детально: схема побудови асимптотичних розв'язків у першому наближенні для еліптичних рівнянь другого порядку з постійними та змінними коефіцієнтами.