

Список літератури: 1. Колодій І.М. Нерівність за Гельдером узагальнених розв'язків параболічних рівнянь дивергентного виду з виродженням. - У цьому ж Віснику. 2. Кружков С.Н., Колодій І.М. Априорні оцінки і нерівність Харнака для обобщених рішень вироджаних квазілинейних параболічних рівнянь. - Сибірський математический журнал, 1977, т.18, № 3. 3. Кружков С.Н. Априорні оцінки і деякі властивості рішень еліптичних і параболічних рівнянь. - Математический збірник, 1964, т.65 /107/, № 4. 4. Кружков С.Н. Нелинейные уравнения с частными производными. Ч. I. М., 1969.

Стаття надійшла в редколегію 30.12.80

УДК 517.512.2

Б.В.Ковальчук

ПРО АБСОЛЮТНУ ЗБІЖНІСТЬ РЯДІВ ФУР'Є S^p

МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНИХ МАТРИЦЬ

Нехай $F(x) = [f_{jk}(x)] (-\infty < x < \infty) \in S^p$ - майже періодична /м.п./ матриця ($p > 1$) з рядом Фур'є

$$F(x) \sim \sum_n A_n e^{i\lambda_n x}$$
 де $\{\lambda_n\}$ - спектр матриці $F(x)$; $A_n = A_{\lambda_n} = M\{F(x)e^{-i\lambda_n x}\}^{-1/1/}$ її матричні коефіцієнти Фур'є [4].

Е.А.Бредихіна [1] знайшла достатні умови абсолютної збіжності рядів Фур'є м.п. функцій у термінах найліпших наближень.

Ми вивчаємо аналогічні питання для класу S^2 - м.п. матриць. При цьому для доведення достатніх умов абсолютної збіжності рядів Фур'є S^2 - м.п. матриць опираємось на результати праці [1].

Відомо [2], що для $F(x) \in S^2$ виконується рівність Парсеваля

$$\|F\|^2 = \sum \|A_{\lambda_n}\|^2 \quad /2/$$

Позначимо $P_{\lambda}^{(2)} \in S^2$ і $Q_{\lambda}^{(2)} \in S^2$ - класи матриць, спектри яких

належать відповідно інтервалу $]-\lambda, \lambda$ [і множині $]-\infty, -\lambda[\cup]\lambda, +\infty[$ ($\lambda > 0$).

Прийнявши

$$E_{\lambda}^{(2)}(F) = \inf_{\psi(x) \in P_{\lambda}^{(2)}} \{ \|F - \psi\|_{S^2} \}$$

і

$$\mathcal{E}_{\lambda}^{(2)}(F) = \inf_{\psi(x) \in Q_{\lambda}^{(2)}} \{ \|F - \psi\|_{S^2} \},$$

на основі рівності Парсеваля /2/ знаходимо

$$E_{\lambda}^{(2)}(F) = \left\{ \sum_{|\lambda_n| > \lambda} \|A_{\lambda_n}\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad /3/$$

і

$$\mathcal{E}_{\lambda}^{(2)}(F) = \left\{ \sum_{|\lambda_n| \leq \lambda} \|A_{\lambda_n}\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad /3'/$$

Тепер на основі результатів, одержаних у [3], і рівності Парсеваля /2/ можна показати, що

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} E_{\lambda}^{(2)}(F) = 0 \quad /4/$$

і

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \mathcal{E}_{\lambda}^{(2)}(F) = 0. \quad /4'/$$

Введемо

$$\omega^{(2)}(\delta, F) = \sup_{|t| \leq \delta} \|F(x+t) - F(x)\|_{S^2}.$$

і приймемо $\tilde{\omega}^{(2)}(\delta, F) = \delta \left\| \int_0^{\infty - \delta t} e^{-\delta t} F(x-t) dt \right\|_{S^2}.$

Позначимо через $\mathcal{L}(F) = \{\lambda_n\}$ монотонну послідовність абсолютних величин показників Фур'є матриці $F(x)$.

Якщо показники Фур'є матриці $F(x)$ мають єдину граничну точку $\lambda^* = \infty$ або $\lambda^* = 0$, то ряд Фур'є такої матриці записується у симетричній формі

$$F(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i\lambda_n x} \quad /I'/$$

Теорема I. Ряд Фур'є /I/ матриці $F(x) \in S^2$, спектр якої має єдину граничну точку $\lambda^* = \infty$ або $\lambda^* = 0$, збігається абсолют-

но, якщо

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_{\Lambda_n}^{(2)}(F)}{\sqrt{n}} < \infty, \quad (\Lambda^* = \infty)$$

або

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_{\Lambda_n}^{(2)}(F)}{\sqrt{n}} < \infty, \quad (\Lambda^* = 0).$$

Зауваження 1. У випадку $\Lambda^* = \infty$ для матриці $F(x) \in S^2$ умову абсолютної збіжності II ряду Фур'є /I/ можна записати ще як

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_n^{(2)}(\Lambda_n^*, F)}{\sqrt{n}} < \infty.$$

Нехай матриця $F(x)$ має скінченну множину скінчених граничних точок Λ_j^* ($j=1, 2, \dots, m; m \geq 1$). Зафіксуємо $\eta > 0$ так, щоб інтервали

$$J_j =]\Lambda_j^* - 2\eta, \Lambda_j^* + 2\eta[\quad (j=1, 2, \dots, m; m \geq 2)$$

не перетиналися.

У випадку нескінченного спектра матриці $F(x)$ оберемо $B > 0$ таке, що $J_j \in [-B, B]$ ($j=1, 2, \dots, m$). Перетянемо тепер у порядку спадання точки множини $\{|\lambda_n - \Lambda_j^*|\} \quad (0 < |\lambda_n - \Lambda_j^*| < \eta; j=1, 2, \dots, m)$ і одержану монотонно спадну послідовність позначимо через

$$J_j(F) = \{\Lambda_n^{(j)}\} \quad (n=1, 2, 3, \dots; j=1, 2, \dots, m)$$

Якщо спектр матриці $F(x)$ нескінченний, то, перенумерувавши у порядку зростання точки множини $\{|\lambda_n|\}$, одержимо послідовність

$$J_B(F) = \{\Lambda_n^{(B)}\} \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

Теорема 2. Ряд Фур'є /I/ матриці $F(x) \in S^2$, спектр якої має скінченну множину скінчених граничних точок Λ_j^* ($j=1, 2, \dots, m; m \geq 1$), збігається абсолютно, якщо

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_{\Lambda_n^{(j)}}^{(2)}(F)}{\sqrt{n}} < \infty, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_{\Lambda_n^{(B)}}^{(2)}(F)}{\sqrt{n}} < \infty \quad (j=1, 2, \dots, m),$$

де

$$F_j(x) = F(x) \{e^{-i\Lambda_j^* x}\} \quad (j=1, 2, \dots, m).$$

Зауваження 2. У випадку, коли спектр матриці $F(x) \in S^p$ обмежений і має скінченну множину граничних точок $\Lambda_j^* (j=1,2,\dots,m)$, умову абсолютної збіжності II ряду Фур'є /I/ можна записати ще

як
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\omega}^{(2)}(\Lambda_n^{(j)}, F_j)}{\sqrt{n}} < \infty \quad (j=1,2,\dots,m).$$

Список літератури: 1. Б р е д и х и н а Е.А. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти периодических функций. - ДАН СССР, 1967, 179, № 5. 2. К о в а л ь ч у к Б.В., Л і с е в и ч Л.М. Теорема єдиності й апроксимації для S^p - майже періодичних матриць. - Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., вип. II, 1976. 3. К о в а л ь ч у к Б.В., С е р е д а Я.М. Повнота простору S^p - майже періодичних матриць. - Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., вип. I4, 1979. 4. Л і с е в и ч Л.М., К о в а л ь ч у к Б.В. Середнє значення і поняття ряду Фур'є для S^p - майже періодичних матриць. - Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., вип. I0, 1975.

Стаття надійшла в редколегію 13.03.81

УДК 519.21

І.Д.Квіт, В.М.Косарчин
ДОДАТНІ СТІЙКІ РОЗПОДІЛИ

Ми поставили собі за мету записати явний вираз густини розподілу ймовірностей для додатних стійких випадкових змінних. Досягаємо цього за допомогою співвідношення між відбиттям і зображенням додатної випадкової змінної та зворотної формули для відбиття.

Позначимо через $L(s)$ зображення додатної випадкової змінної ξ з функцією розподілу ймовірностей $F(t)$

$$L(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dF(t), \quad \operatorname{Re} s \geq 0, \quad /1/$$

а через $M(z)$, якщо існує її відбиття,

$$M(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} dF(t), \quad 1-A < \operatorname{Re} z < 1+B, \quad (A>0, B>0). \quad /2/$$