Зауваження 2. У випадку, коли спектр матриці $F(x) \in S^2$ обмежений і має скінченну множину граничних точок $\Lambda_j^* \ (j=1,2,\ldots,m)$, умову абсолютної збіжності її ряду Фур"є /I/ можна записати ще як

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\omega}^{(2)}(\Lambda_n^{(j)}, F_j)}{\sqrt{n}} < \infty \quad (j=1,2,\ldots,m).$$

Список літератури: I. Бредихина Е.А. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти периодических функций. – ДАН СССР, 1967, 179, № 5. 2. Ковальчук Б.В., Лісевич Л.М. Теореми єдиності й апроксимації для S^P – майже періодичних матриць. – Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., вип. II, 1976. 3. Ковальчук Б.В., Середа Я.М. Повнота простору S^P – майже періодичних матриць. – Вісн. Львів.ун-ту, сер. мех.-мат., вип. 14, 1979. 4. Лісевич Л.М., Ковальчук Б.В. Середнє значення і поняття ряду Фур"є для S^P – майже періодичних матриць. – Вісн. Львів. ун-ту, сер.мех.-мат., вип. 10, 1975.

Стаття надійшла в редколегію 13.03.81

УДК 519.21

І.Д.Квіт, В.М.Косарчин

ДОДАТНІ СТІЙКІ РОЗПОДІЛИ

Ми поставили собі за мету записати явний вираз густини розподілу ймовірностей для додатних стійких випадкових змінних. Досягаємо цього за допомогою співвідношення між відбиттям і зображенням додатної випадкової змінної та зворотної формули для відбиття.

Позначимо через $L(S)$ зображення додатної випадкової змінної ξ з функцією розподілу ймовірностей $F(t)$

$$L(S) = \int_0^{\infty} e^{-St} dF(t), \quad ReS \geqslant 0, \qquad /1/$$

а через $M(z)$, якщо існує її відбиття,

$$M(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} dF(t), \quad 1-A < Rez < 1+B, \ (A>0, B>0). \qquad /2/$$

Оскільки у випадку відбиття /2/ існує спільна смуга аналітичності зображення /I/ і відбиття /2/, то в цій спільній смузі аналітичності відбиття /2/ виражається за допомогою зображення /I/ співвідношенням

$$M(z)=\frac{-1}{\Gamma(2-z)}\int_0^\infty t^{1-z}L'(t)\,dt, \qquad /3/$$

$$\max(0,1-A)<\mathrm{Re}\,z<1+B.$$

Відомо [4], що зображення класу додатних стійких випадкових змінних дорівнює $e^{-2s^{\alpha}}$, $0<\alpha<1$. За формулою /3/ відбиття класу додатних стійких випадкових змінних

$$M(z)=\frac{2\alpha}{\Gamma(2-z)}\int_0^\infty t^{\alpha-z}e^{-2t^{\alpha}}dt=2^{\frac{z-1}{\alpha}}\frac{\Gamma\left(\frac{1-z}{\alpha}+1\right)}{\Gamma(2-z)}, \qquad /4/$$

$$\mathrm{Re}\,z<1+\alpha.$$

Звідси, за оберненою формулою для відбиття [2] відповідна густина

$$p(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}2^{\frac{z-1}{\alpha}}\frac{\Gamma\left(\frac{1-z}{\alpha}+1\right)}{\Gamma(2-z)}t^{-z}dz,\ c<1+\alpha.$$

Застосовуючи теорію лишок, одержуємо

$$p(t)=-\sum_{l=0}^{\infty}\operatorname*{res}_{1+(1+l)\alpha}\left\{2^{\frac{z-1}{\alpha}}\frac{\Gamma\left(\frac{1-z}{\alpha}+1\right)}{\Gamma(2-z)}t^{-z}\right\}$$

і [3]

$$\operatorname*{res}_{1+(1+l)\alpha}\Gamma\left(\frac{1-z}{\alpha}+1\right)=\frac{(-1)^{l}}{l!}\alpha,\ (l=0,1,2,\ldots).$$

Отже, густина розподілу ймовірностей для додатних стійких випадкових змінних набуває вигляду

$$p(t)=-\frac{2\alpha}{t^{1+\alpha}}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-2)^{l}t^{-l\alpha}}{l!\,\Gamma[1-(1+l)\alpha]},\ t>0,\ 0<\alpha<1$$

або ж

$$p(t)=\frac{2\alpha}{\pi t^{1+\alpha}}\sum_{l=0}^{\infty}(-2)^{l}\{\sin\pi[(1+l)\alpha]\}\frac{\Gamma[(1+l)]}{l!}t^{-l\alpha}, \qquad /5/$$

$$t>0,\ 0<\alpha<1.$$

Зокрема, при $\alpha=\frac{1}{2}$ маємо

$$p(t)=\frac{1}{\pi}t^{-1}\sum_{k=0}^{\infty}2^{2k}(-1)^{k}\frac{\Gamma(\frac{1}{2}+k)}{(2k)!}t^{-k}=$$

$$=\frac{t^{-\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(-\frac{1}{t}\right)^{k}}{k!}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\frac{1}{t}}t^{-\frac{3}{2}},\quad t>0$$

густину, приналежну до п"ятого типу сім"ї Пірсона [1, 4].
Якщо додатну стійку випадкову змінну з показником $\alpha=\frac{1}{2}$ помножити на імпульс у точці $a,\ a>0$, то густина нової випадкової змінної набуде вигляду

$$p(t)=\sqrt{\frac{a}{\pi}}\,e^{-\frac{a}{t}}t^{-\frac{3}{2}},\quad t>0,\ a>0, \tag{6}$$

а відбиття

$$M(z)=a^{z-1}\frac{\Gamma(\frac{3}{2}-z)}{\sqrt{\pi}},\quad Re\,z<\frac{3}{2},\ a>0.$$

Густина /6/ при $a=\frac{1}{2}$ розглядається у праці [1], а при $a=\frac{c^2}{2}$ – в [4].

Список літератури. 1. Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. – М.; Л.: Гостехиздат, 1949. 2. Квіт І.Д. Зворотна формула для відбиття. – Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., вип.13, 1978. 3. Титчмарш Е. Теория функций. – М.; Л.: Гостехиздат, 1951. 4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. – М.: Мир, 1967.

Стаття надійшла в редколегію 10.02.81

УДК 512.613

О.Д.Артемович, О.Л.Горбачук

РОЗШИРЕННЯ ЛІУВІЛЛЯ ПОЛЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ

Нехай $\mathcal{M}$ – довільне диференціальне поле, а $\mathcal{K}$ – його диференціальне підполе. Диференціальну групу Галуа поля $\mathcal{M}$ відносно поля $\mathcal{K}$ позначимо через $DG(\mathcal{M},\mathcal{K})$