$\mathcal{J}$ - радикали та їх властивості. - УМЖ, 1978, 30, № 2. 3. Ф е й с К. Алгебра: кольца, модули и категории. Т. 2. - М.: Мир, 1979. 4. Golan J. Localization of Noncommutative Rings. New York: Dekker, 1975. 5. Stenström B. Rings and Modules of Quotients.- Berlin: Springer, 1975. 6. Teply M. Homological dimension and splitting torsion theories. - Pacif. J. Math., 1970, 34.

Стаття надійшла в редколегію 23.12.80

УДК 514

С.В.Дениско

ПРО ДЕЯКІ СПОСОБИ ВІДТВОРЕННЯ РОЗГОРТНИХ ПОВЕРХОНЬ

На рисунку $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ - масштабні вектори правої прямокутної системи координат, $\bar{e}_1' = \bar{e}_1 \cos\alpha + \bar{e}_2 \sin\alpha$, $\bar{e}_2' = -\bar{e}_1 \sin\alpha + \bar{e}_2 \cos\alpha$, $\overline{OO'} = a^1\bar{e}_1 + a^2\bar{e}_2 + a^3\bar{e}_3$ $(a^3 \neq 0)$,

$$\overline{OA} = R_1(\bar{e}_1\cos\varphi + \bar{e}_2\sin\varphi),\ \overline{O'A'} = R_2(\bar{e}_1'\cos k\varphi + \bar{e}_2'\sin k\varphi),$$

причому $\alpha, a^1, a^2, a^3, R_1, R_2, k$ - сталі; φ - змінна.

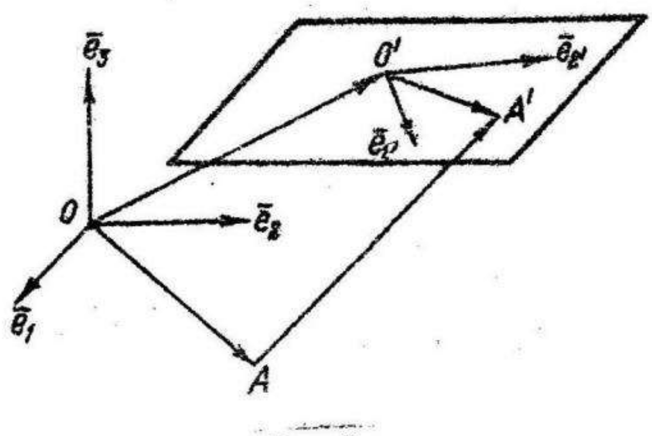

Рис.1.

Пряма (AA') описує лінійчасту поверхню, яку назвемо поверхнею S. Переміщення прямої (AA') можна здійснити за допомогою механізму.

Має місце таке твердження. Поверхня S розгортна тоді і тільки тоді, коли $K=1$, $\alpha=\pi n$, де n - будь-яке ціле число /додатне, від"ємне або нуль/. Легко збагнути, що в цьому разі поверхня S або циліндрична, або конічна.

<u>Доведення.</u> Як відомо, лінійчаста поверхня розгортна тоді і тільки тоді, коли

$$\left(\frac{d\bar{\rho}}{du}\,\bar{m}\,\frac{d\bar{m}}{du}\right)=0, \qquad /1/$$

де $\bar{\rho}=\bar{\rho}(u)$ - радіус-вектор точки напрямної; $\bar{m}=\bar{m}(u)$ - напрямний вектор твірної.

Для поверхні S

$$u=\varphi,\quad \bar{\rho}=\bar{e}_1R_1\cos\varphi+\bar{e}_2R_1\sin\varphi,$$
$$\bar{m}=\overline{AA'}=(a_1+R_2\cos(K\varphi+\alpha)-R_1\cos\varphi)\bar{e}_1+$$
$$+(a^2+R_2\sin(K\varphi+\alpha)-R_1\sin\varphi)\bar{e}_2+a^3\bar{e}_3.$$

Беручи це до уваги, умову /1/ для поверхні S запишемо в такому вигляді:

$$\sin[(1-K)\varphi-\alpha]=0.$$

Звідси знаходимо

$$(1-K)\varphi-\alpha=\pi n.$$

Оскільки у цій рівності φ може бути будь-яким, то маємо $K=1$, $\alpha=\pi n$, що і треба було довести.

На рис. 2 $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ - масштабні вектори правої прямокутної системи координат, $\bar{e}_{1'}=\bar{e}_1\cos\alpha+\bar{e}_2\sin\alpha$, $\bar{e}_{2'}=-\bar{e}_1\sin\alpha+\bar{e}_2\cos\alpha$, $\overline{OO'}=a^1\bar{e}_1+a^2\bar{e}_2+a^3\bar{e}_3$ $(a_3\neq 0)$, пряма (MN) паралельна вектору $\bar{e}_1$, $|OM|=a$, пряма $(M'N')$ паралельна вектору $\bar{e}_{1'}$, $|O'M'|=c'$ $\overline{OA}=\left(\frac{a}{\sin\varphi}\pm l\right)(\bar{e}_1\cos\varphi+\bar{e}_2\sin\varphi)$, $\overline{O'A'}=\left(\frac{a'}{\sin K\varphi}\pm l'\right)(\bar{e}_{1'}\cos K\varphi+\bar{e}_{2'}\sin K\varphi)$, причому $\alpha, a^1, a^2, a^3, a, a', \ell, \ell', k$ – сталі; φ – змінна ($0<\varphi\leq\pi$ або $-\pi<\varphi<0$).

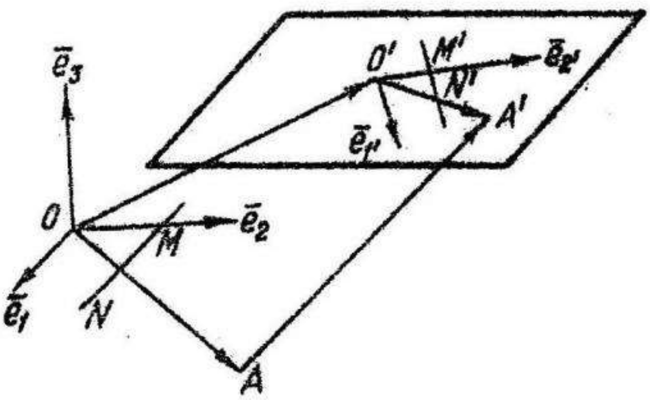

Рис.2.

Точки A, A' описують конхоїди Нікомеда, а пряма (AA') – лінійчасту поверхню, яку називаємо поверхнею T. Цей рух прямої (AA') можна реалізувати за допомогою механізму.

Доведемо таке твердження. Для того щоб поверхня T була розгортною, необхідно і достатньо, щоб точки A, A' знаходились тільки на нижніх або тільки на верхніх гілках конхоїд Нікомеда, $k=1$, $\frac{a}{a'}=\frac{\ell}{\ell'}$, $\alpha=\pi n$, де n – будь-яке ціле число /додатне, від"ємне або нуль/. Очевидно, в цьому разі поверхня T або циліндрична, або конічна.

<u>Доведення.</u> Скористаємось умовою /I/. Для поверхні T

$$u=\varphi,\quad \bar\rho=\left(\frac{a}{\sin\varphi}\pm\ell\right)(\bar e_1\cos\varphi+\bar e_2\sin\varphi),$$

$$\bar m=\overline{AA'}=\left[a^1+\left(\frac{a'}{\sin k\varphi}\pm\ell'\right)\cos(k\varphi+\alpha)-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{a}{\sin\varphi}\pm\ell\right)\cos\varphi\right]\bar e_1+\left[a^2+\left(\frac{a'}{\sin k\varphi}\pm\ell'\right)\sin(k\varphi+\alpha)-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{a}{\sin\varphi}\pm\ell\right)\sin\varphi\right]\bar e_2+a^3\bar e_3\,.$$

Тому умову /I/ для поверхні T запишемо як:

$$\{-a'\ell\cos k\varphi\cos[(k-1)\varphi+\alpha]-(a'\sin k\varphi+$$
$$+\ell'\sin^2 k\varphi)\ell\sin[(k-1)\varphi+\alpha]\}\sin^2\varphi+[(a'\sin k\varphi+$$
$$+\ell'\sin^2 k\varphi)\cos(k\varphi+\alpha)-a'\cos k\varphi\sin(k\varphi+\alpha)]a=0. \qquad /2/$$

Підставивши у рівність /2/ $\varphi=0$, маємо $\sin\alpha=0$. Отже, $\alpha=\pi n$.

Розклавши у ряд ліву частину рівності /2/ по степенях φ і прирівнявши до нуля коефіцієнти при φ^2 та при φ^5, дістаємо $\frac{a}{a'}=\frac{\pm\ell}{\pm\ell'}$, $k=1$.

Таким чином, наше твердження доведене.

Стаття надійшла в редколегію 20.03.8I