УДК 513.88

Я.В.Микитюк

СПЕКТРАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ОДНОГО ЕЛІПТИЧНОГО ОПЕРАТОРА

Нехай $H \overset{def}{=} L_2(R^{n+1}), n\in N$. Домовимося точки простору R^{n+1} в координатах $(x_1,\dots,x_{n+1})$ записувати у вигляді пари (x,t), приймаючи $x=(x_1,\dots,x_n)$, $t=x_{n+1}$. Скористаємося також такими позначеннями:

$$D_t=\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t},\quad D_k=\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_k},\ k=1,\dots,n.,$$

$$D_x=(D_1,\dots,D_n),$$

$$|x|^2=x_1^2+\dots+x_n^2,\quad x=(x_1,\dots,x_n)\in R^n.$$

Нехай $R^{n+1}\ni(x,t)\to L(x,t)$ – однорідний многочлен /від змінних $x_1,\dots,x_n,t$ / степені $2m$ / $m\in N$ / з дійсними коефіцієнтами, для якого

$$\min_{|x|^2+t^2=1} L(x,t)>0.$$

Позначимо через $W_2^s(R^{n+1})$, $W_2^s(\Omega)$, де $\Omega\overset{def}{=}\{(x,t)\in R^{n+1}:\ t\neq 0\}$ – простори Соболєва порядку $s\in R$, а через $P^+, P^-: W_2^1(\Omega)\to G\overset{def}{=}L_2(R^n)$ - оператори, які діють за формулою

$$(P^\pm f)(x)\overset{def}{=}f(x,\pm 0),\quad f\in W_2^1(\Omega),\quad x\in R^n.$$

Нехай $L_1, L: H\to H$ і

$$L_1 f\overset{def}{=}L(D_x,D_t)f,\quad f\in D(L_1)\overset{def}{=}W_2^{2m}(\Omega),$$

$$Lf\overset{def}{=}L(D_x,D_t)f,\ f\in D(L)\overset{def}{=}W_2^{2m}(R^{n+1})$$

/вважаємо, що простори $W_2^{2m}(\Omega)$, $W_2^{2m}(R^{n+1})$ вкладені в простір H /.

Оператор $B: D(L_1) \to G_{2m} \overset{def}{=} G \times \cdots (2m) \cdots \times G$ назвемо крайовим, якщо

$$Q_j B = \rho^+ B_j^+ (D_x, D_t) - \rho^- B_j^- (D_x, D_t), \ j = 0, \dots, 2m-1.,$$

де оператори $Q_j : G_{2m} \to G$ діють за формулою

$$Q_j f \overset{def}{=} f_j, \ f = (f_0, \dots, f_{2m-1}) \in G_{2m}, \ j = 0, \dots, 2m-1.,$$

а $\mathbb{R}^{n+1} \ni (x,t) \to B_j^{\pm}(x,t)$ – однорідні многочлени /від змінних $x_1, \dots, x_n, t$ / степеня $m_j \leq 2m-1, j = 0, \dots, 2m-1.,$ з постійними /комплексними/ коефіцієнтами.

Позначимо через $t_k^+(x) / t_k^-(x) /, \ k = 1, \dots, m.,$ корені многочлена $L(x,t)$ з додатними /від"ємними/ уявними частинами та приймемо

$$M^{\pm}(x,t) = \prod_{k=1}^{m} (t - t_k^{\pm}(x)).$$

Нехай при заданому $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ многочлен

$$\tilde{B}_j^+(x,t) = \sum_{k=0}^{m-1} b_{jk}^+(x) t^k \equiv B_j^+(x,t) \ (mod\, M^+)$$

$$/ \ \tilde{B}_j^-(x,t) = \sum_{k=0}^{m-1} b_{jk}^-(x) t^k \equiv B_j^-(x,t) \ (mod\, M^-) /$$

є залишок при діленні $B_j^+(x,t) / B_j^-(x,t)$ / на $M^+ / M^- /$ /де $B_j^{\pm}$, $M^{\pm}$ розглядаються як многочлени від t /. Приймемо

$$b_{jk}(x) \overset{def}{=} \begin{cases} b_{jk}^+(x), \ j = 0, \dots, 2m-1., \ k = 0, \dots, m-1., \\ b_{jk-m}^-(x), \ j = 0, \dots, 2m-1., \ k = m, \dots, 2m-1. \end{cases}$$

Вважаємо, що крайовий оператор B задовольняє умову Я.Б.Лопатинського [I, 2], коли для всіх $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$

$$d(x) \overset{def}{=} \det \| b_{jk}(x) \| \neq 0.$$

Нехай B – крайовий оператор і L_B – звуження оператора L_1 на многовид $D(L_B) \overset{def}{=} \{f \in D(L_1) : Bf = 0\}$.

Основний результат, який подаємо без доведення, є наступна теорема.

Т е о р е м а . Якщо крайовий оператор B задовольняє умову Я.Б.Лопатинського, то оператори L_B і L подібні.

Список літератури: I. А г м о н С., Д у г л и с А., Н и р е н б е р г Л. Оценки вблизи границы решений эллиптических уравнений в частных производных при общих граничных условиях. – М.: ИЛ, 1962. 2. Л о п а т и н с к и й Я.Б. Об одном способе приведения граничных задач для системы дифференциальных уравнений эллиптического типа к регулярным интегральным уравнениям. – Укр. мат. журн., 1953, т.5, №2.

Стаття надійшла до редколегії 29.03.82

УДК 517.535.4

М.М.Шеремета

РАЦІОНАЛЬНА АПРОКСИМАЦІЯ ЦІЛИХ ФУНКЦІЙ ШВИДКОГО ЗРОСТАННЯ

Нехай

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k, \; a_0 = 1, \; a_k > 0 \; (k \geq 1) \qquad /I/$$

ціла трансцендентна функція; Π_n – клас алгебраїчних многочленів степеня $\leq n$, а $\lambda_n(f) = \inf\{\|1/f - 1/p\|_{L_\infty(a,\infty)} : p \in \Pi_n\}$.
У праці [I] подані оцінки величини $\lambda_n(f)$ зверху. Зокрема, показано, що $\lambda_n(f) < \Lambda_n(f)$ для всіх $n \geq 0$, де $\Lambda_n(f) = (e-1)\{(e-1)f(e^{-1}f^*(e^n)) - 1\}^{-1}$, f^* – функція, обернена до f.

Доведемо оцінку $\lambda_n(f)$ знизу для функцій /I/ швидкого зростання. Для цього потрібна наступна лема.