

- Островський І.В. Про суму цілих функцій цілком регулярного зростання. – ДАН УРСР, сер. А, 1982, № 2. 3. Гольдберг А.А., Островський І.В. Розподілення значень мероморфних функцій. – М.: Наука, 1970. 4. Гольдберг А.А., Островський І.В. Про зростання цілих ермітово-позитивних функцій скінченного порядку. – ДАН УРСР, сер. А, 1981, № 4. 5. Кондратюк А.А. Метод рядів Фур'є для цілих і мероморфних функцій вповне регулярного росту. – Мат. сб., 1978, т. 106, № 3. 6. Кондратюк А.А. Застосування теореми про компактності сімейств субгармонічних функцій до мероморфних. – Усп. мат. наук, 1982, вип. 4 /226/. 7. Кондратюк А.А. Метод рядів Фур'є для цілих і мероморфних функцій вповне регулярного росту. II. – Мат. сб., 1980, т. 113, № 1. 8. Левін Б.Я. Розподілення коренів цілих функцій. – М.: Гостехиздат, 1956. 9. Неванліна Р. Однозначні аналітичні функції. – М.; Л.: Гостехиздат, 1941. 10. Хейман У., Кеннеді П. Субгармонічні функції. – М.: Мир, 1980, II. *Hyllengren A. Valiron deficient values for meromorphic functions in the plane - Acta math., 1970, v. 124.*

Стаття надійшла до редакції 01.03.82

УДК 539.3

Р.М.Бурда, Д.Г.Хлебніков

ВИЗНАЧЕННЯ ЗУСИЛЛЯ ГЕРМЕТИЗАЦІЇ ДЛЯ УЩІЛЬНЮЮЧОГО ЕЛЕМЕНТА У ВИГЛЯДІ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНКИ СЕРЕДНЬОЇ ТОВЩИНИ

Розглянемо ущільнююче з'єднання, що складається з ущільнюючого клапана, який моделюється круглою пластинкою середньої товщини, і жорсткої опори /рис. 1/. Внаслідок недосконалого витовнення та інших випадкових факторів між клапаном і сидлом /опорою/ є щілини. Для їх усунення і забезпечення герметичності з'єднання клапан притискається до опори деяким зусиллям. Це мінімальне зусилля, яке забезпечує повний контакт пластини з опорою, вважатимемо зусиллям герметизації.

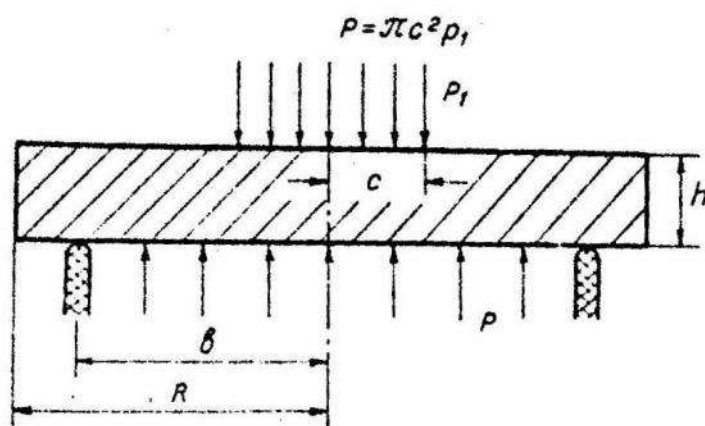


Рис. I.

Нехай відхилення опори від плоскої форми має циклічний характер, тобто край опори є кривою лінією, що має рівняння

$$z = f(\theta) = \frac{d}{2} (1 + \cos n\theta), \quad r = b. \quad /1/$$

Умова контакту пластинки з опорою має вигляд

$$w(b, \theta) = f(\theta). \quad /2/$$

Прогин пластинки $w(r, \theta)$ визначаємо, використовуючи теорію Е.Рейснера, згідно з якою напруженодеформований стан пластинки середньої товщини описується системою рівнянь [2]:

$$\begin{aligned} D \Delta \Delta w &= q - K \Delta q, \\ \Delta \Phi - \delta^2 \Phi &= 0, \end{aligned} \quad /3/$$

де $\Phi(r, \theta)$ - функція напружень;

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$; $D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$; $K = \frac{h^2}{10} \frac{2-\nu}{1-\nu}$; $\delta^2 = \frac{10}{h^2}$,
 E, ν - модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона; h - товщина пластинки.

Зовнішнє навантаження на пластинку $q(r, \theta)$ записуємо у вигляді

$$q(r, \theta) = p_1 \chi(c-r) - p \chi(b-r) - q_0 \delta(r-b),$$

де $\delta(u)$ - дельта функція Дірака; $\chi(u)$ - обмежена функція Хевісайда.

До системи рівнянь /3/ додаємо граничні умови вільного краю на контурі $z=R$ (R - радіус пластинки)

$$M_z|_{z=R} = 0; \quad M_{z\theta}|_{z=R} = 0; \quad Q_z|_{z=R} = 0. \quad /4/$$

Вирази для $M_z, M_{z\theta}, Q_z$ через w, φ наведені у праці [2].

Крім цього, функції $w(z, \theta), \varphi(z, \theta)$ та їх похідні повинні бути обмежені при $z=0$.

Розв'язок системи диференціальних рівнянь /3/, а також невідомий контактний тиск $q_0(\theta)$ шукаємо у вигляді

$$w(z, \theta) = R_0(z) + R_n(z) \cos n\theta, \quad /5/$$

$$\varphi(z, \theta) = \rho_0 \int_0^z (\delta r) + \rho_n \int_0^z (\delta r) \cos n\theta, \quad /6/$$

$$q_0(\theta) = \beta_0 + \beta_n \cos n\theta. \quad /7/$$

З умов рівноваги пластинки та знакосталості контактного тиску знаходимо

$$\beta_0 = \beta_n = \frac{\rho - \pi \delta^2 \rho}{2\pi \delta}. \quad /8/$$

Після підстановки виразів /5/-/7/ у перше з рівнянь системи /3/ одержимо для $R_n(z)$ диференціальне рівняння Ейлера, розв'язуючи яке маємо

$$R_n(z) = \frac{(\rho - \pi \delta^2 \rho) \delta^2}{16\pi n D} \left[A_n \left(\frac{z}{R}\right)^n + B_n \left(\frac{z}{R}\right)^{-n} + C_n \left(\frac{z}{R}\right)^{n+2} + D_n \left(\frac{z}{R}\right)^{-n+2} \right] + R_n^*(z), \quad /9/$$

де частковий розв'язок $R_n^*(z)$, отриманий методом інтегрального лишку [1], має вигляд

$$R_n^*(z) = \begin{cases} -\frac{\beta_n}{8\pi D} \left\{ \left[\frac{\delta^{n+2}}{z^n} - \frac{z^{n+2}}{\delta^{n-2}} \right] \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n-1} \left[\frac{z^n}{\delta^{n-2}} - \frac{\delta^{n+2}}{z^{n-2}} \right] - 4K \left[\frac{\delta^{n+1}}{z^n} - \frac{z^n}{\delta^{n-1}} \right] \right\} & \text{при } z \leq \delta. \\ 0 & \text{при } z \geq \delta \end{cases} \quad /10/$$

Сталі інтегрування B_n, D_n визначаємо з умови обмеженості розв'язку при $z \rightarrow 0$

$$B_n = \frac{\delta^{n-2}}{(n+1)R^n} [\delta^2 - 4K(n+1)],$$

$$D_n = -\frac{1}{n-1} \left(\frac{\delta}{R}\right)^{n-2},$$

/11/

а сталі A_n, C_n, p_n - визначаємо з граничних умов /4/:

$$C_n = \left\{ n(n+1)(1-\nu) B_n + \left[\frac{8n(n+1)}{\delta^2 R^2} - n(1-\nu) + (1+\nu) - 2n \left(1 - 2 \frac{J'_n(\delta R)}{J_n(\delta R)} \right) - \frac{4n}{R^2} \left(\delta^2 - \frac{R}{\delta} \frac{J'_n(\delta R)}{J_n(\delta R)} \right) \right] (n-1) D_n \right\} /$$

$$/ [(1+\nu) - 2n \left(1 - 2 \frac{J'_n(\delta R)}{J_n(\delta R)} \right) + \frac{4n}{R^2} \left(\delta^2 - \frac{R}{\delta} \frac{J'_n(\delta R)}{J_n(\delta R)} \right)]$$

$$A_n = \left\{ (n+1)(1-\nu) B_n - \left[\frac{8(n+1)}{\delta^2 R^2} - (1-\nu) + 4 \left(1 - 2 \frac{J'_n(\delta R)}{J_n(\delta R)} \right) \right] (n-1) D_n - \left[\frac{8(n-1)}{\delta^2 R^2} + (1-\nu) + 4 \left(1 - 2 \frac{J'_n(\delta R)}{J_n(\delta R)} \right) \right] (n+1) C_n \right\} \frac{1}{(n-1)(1-\nu)}, \quad /12/$$

де $J_n(u), J'_n(u), J''_n(u)$ - бesselові функції уявного аргумента та їх похідні.

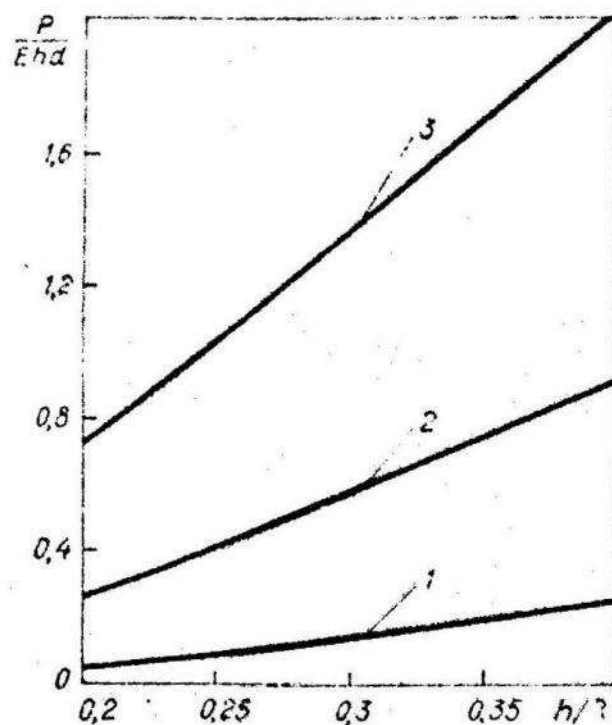


Рис. 2.

Зусилля герметизації визначаємо з умови /2/. Використовуючи /1/ та /5/, дістаємо

$$R_n(\delta) = \frac{d}{2}.$$

/13/

Звідси на основі /8/-/10/ знаходимо зусилля герметизації

$$P = \pi b^2 p + \frac{8\pi n D d}{b^2 S}, \quad /14/$$

де
$$S = A_n \left(\frac{b}{R}\right)^n + B_n \left(\frac{b}{R}\right)^{-n} + C_n \left(\frac{b}{R}\right)^{n+2} + D_n \left(\frac{b}{R}\right)^{-n+2},$$

а сталі A_n, B_n, C_n, D_n визначено формулами /11/, /12/.

Одержані результати легко перенести на випадок, коли функція f , яка визначає відхилення опори від плоскої форми, зображена рядом Фур'є загального вигляду.

На рис. 2 показана залежність величини $\frac{P}{E h d}$ від відношення h/R , при $p=0$; $\nu=0,3$; $b/R=0,95$. Криві 1-3 відповідають випадкам $n=2,3,4$.

Список літератури: 1. К р ы л о в А.Н. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики. - М.; Л., Гостехиздат, 1960.
2. Т и м о ш е н к о С.П., В о й н о в с к и й - К р и г е р С. Пластинки и оболочки. - М.: Наука, 1966.

Стаття надійшла до редколегії 05.04.82

УДК 539.377

В.З.Дідик, Б.М.Кортуба

ТЕМПЕРАТУРНІ НАПРУЖЕННЯ

У НАПІВБЕЗМЕЖНІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ
ПРИ КУСКОВО-СТАЛОМУ КОЕФІЦІЄНТІ ТЕПЛОВІДДАЧІ

Розглянемо вільно оперту та теплоізовану по краю $\alpha=0$ циліндричну оболонку, що нагрівається внутрішніми джерелами тепла потужністю $q_0 = \text{const}$ або зовнішнім середовищем температури $t_0 = \text{const}$, які діють на відстані d від її краю відповідно по областях $d \leq \alpha \leq c$, $|\gamma| \leq \delta$ і $d \leq \alpha \leq c$, $\gamma = \pm \delta$. Через поверхні $\gamma = \pm \delta$ оболонки здійснюється конвективний теплообмін зі зовнішнім середовищем нульової температури при нагріванні внутрішніми дже-