УДК 517.944:947

Марія Д.Мартиненко,

Михайло Д.Мартиненко

ПРО ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТИПУ ВОЛЬТЕРРА ДРУГОГО РОДУ

Інтегральні рівняння виду

$$u(x) - \lambda \int_a^x K(x,t)u(t)dt = f(x) \qquad /1/$$

називатимемо рівняннями Вольтерра II-го роду, якщо a -скінчене, і рівняннями типу Вольтерра II-го роду, коли a - безмежне. Ця класифікація рівнянь /1/ не є загальноприйнятою [2]. Однак вона доцільна в зв"язку з тим, що при занадто загальних умовах ряди послідовних наближень для /1/ у випадку $|a| < +\infty$ збігаються при будь-яких значеннях параметра λ. Якщо ж $a = -\infty$, то цей факт не підтверджується. Зокрема, мають місце такі теореми.

Т е о р е м а 1. Якщо $f(x)$, $K(x,t)$ - обмежені та неперервні при $x,t \in]-\infty, A]$ функції / $A = const$ /, причому

$$|K(x,t)| \leq M\exp\{-\alpha^2(x-t)\} \qquad /2/$$

$(\alpha^2 = const)$, то для $a = -\infty$ ряд послідовних наближень для рівняння /1/ збігається і /1/ розв"язальне в класі неперервних функцій при

$$|\lambda| < \frac{\alpha^2}{M}. \qquad /3/$$

Т е о р е м а 2. Якщо $f(x)$ і $K(x,t)$ обмежені та неперервні при $x,t \in]-\infty, A]$ $(A = const)$, причому

$$|K(x,t)| \leq \frac{M}{(1+x^2)(1+t^2)}, \qquad /4/$$

то при $a = -\infty$ ряд послідовних наближень для /1/ і, отже, рів-

13-3132

няння /I/ розв"язальне в класі неперервних функцій при

$$|\lambda| < \frac{2}{(1+\pi)M}. \qquad /5/$$

Доведення цих теорем проводиться як і у праці [3] для рівнянь Вольтерра за допомогою оцінки ітерованих ядер і загального члена ряду послідовних наближень.

Теореми I, 2 допускають очевидні узагальнення на різні класи функцій $f(x)$. Вони показують, що на межі області комплексної λ - площини, яка визначається нерівностями /3/ та /5/, знаходиться хоча б один полюс резольвенти відповідного інтегрального рівняння [3] і тому фігуруючий в /I/ інтегральний оператор не є вольтерровим у розумінні визначення, даного у праці [I], і його не можна одержати як границю /за рівномірною метрикою/ послідовності вольтеррових операторів.

Список літератури: I. Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов. М.: Наука, 1965. 2. Забрейко П.П. и др. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. 3. Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М.: Физматгиз, 1959.

Стаття надійшла до редколегії 04.09.82

УДК 517.5

М.М.Сумовский

ПРО КОЛИВНІ УТОЧНЕНІ ПОРЯДКИ

Нехай ℓ - неперервно диференційована додатна функція на $[0,\infty]$ така, що $\ell'(r) r \ln r \to 0$ при $r \to \infty$. Тоді називатимемо її коливним уточненим порядком /у праці [2] вжито термін "загальний уточнений порядок"/. Якщо існує границя $\lim\limits_{r\to\infty} \ell(r) = \rho < \infty$, то $\ell(r)$ називають уточненим порядком. Нехай α - невід"ємна неспадна на $[0,\infty)$ функція. Коли ℓ - коливний уточнений порядок такий, що