щенных уравнений. – М.: Наука, 1973. 2. Вишик М.И., Люстерник Л.А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром. – Усп. мат. наук, 1957, 12, № 5. 3. Курант Р. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1964. 4. Фридман А. Уравнения с частными производными параболического типа. – М.: Мир, 1968. 5. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970. 6. Kattabriga L. Un problema al kontorno per una equazione parabolica di ordine dispari. – Ann. Scuola norm. super. Pisa (sci. fis. e. mat.), 1959, 13, №2.

Стаття надійшла в редколегію 14.12.81

УДК 517.944:947

Марія Д.Мартиненко, Михайло Д.Мартиненко

ЗАДАЧА БЕЗ ПОЧАТКОВИХ УМОВ ДЛЯ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Нехай D – область тривимірного евклідового простору E_3 обмежена поверхнею Ляпунова S, $\Pi = \{(x,t): x \in D, -\infty < t \leq T\}$, $x = (x_1, x_2, x_3)$. В області Π шукається обмежений при $t > -\infty$ розв"язок рівняння

/ 1 / $\dfrac{\partial u}{\partial t} = a(t)\Delta u + b(t)u,$

що задовольняє на S умову

/ 2 / $u/_S = f(x,t),$

де $f(x,t)$ – неперервна на S функція; $a(t)$, $b(t)$ – задані неперервні функції.

Має місце наступна теорема.

Теорема. Нехай

I/ $a(t) \geq a_0^2 > 0,\ b(t) \geq b_0^2 > 0$ / $a_0,\ b_0$ - сталі/, причому $a(t)$ - монотонна функція t при $-\infty < t \leq T$ та

$$\Big|\int_{-\infty}^{t} a(t)dt\Big| < +\infty,\quad \Big|\int_{-\infty}^{t} b(t)dt\Big| < +\infty;$$

2/ функція $f(x,t)$ неперервна на S та в області Π задовольняє умову

$$|f(x,t)| \leq C \exp\Big\{\int_{-\infty}^{t} b(t)dt + \beta_0'\Big\} \quad (C,\ \beta_0' = const);$$

3/ поверхня S задовольняє умову

$$C \iint_S \frac{|\cos\varphi|}{r^2} dS < 1.$$

Тоді задача без початкових умов /I/ - /2/ має єдиний розв"язок.

Доведення теореми проводять за такою схемою. Заміною

$$u(x,t) = v(x, \gamma(t)) \exp\{\beta(t)\},$$

де

$$\beta(t) = \int_{-\infty}^{t} b(t)dt + \beta_0;\quad \gamma(t) = \int_{-\infty}^{t} a(t)dt,\quad \beta_0 < \beta_0',$$

/I/ - /2/ зводять до задачі без початкових умов для стандартного рівняння теплопровідності з постійними коефіцієнтами, для якого методами з праці [I] виявляють умову розв"язності.

Відзначимо, що сформульовані в цій теоремі обмеження на коефіцієнти $a(t)$, $b(t)$ - мінімальні, вони відмінні від відомих більш громіздких умов розв"язності задач без початкових умов для загальних рівнянь параболічного типу зі змінними коефіцієнтами [2]. Крім того, третя умова теореми - досить "жорстке" обмеження на S; вона не охоплює, зокрема, задачу без початкових умов для кола, яка має єдиний розв"язок /в цьому легко переконатись безпосередніми підрахунками/.

Список літератури: 1. Мартиненко Марія Д., Мартиненко Михайло Д., Бойко Л.Ф. Задача без початкових умов для рівняння теплопровідності. - Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., 1982, вип. 19. 2. Мартыненко М.Д., Бойко Л.Ф. О разрешимости задач без начальных условий для параболических по И.Г.Петровскому систем. - ДАН СССР, 1978, т.243, № 1.

Стаття надійшла в редколегію 2.03.82

УДК 519.21

І.Д.Квіт

ЗВОРОТНА ФОРМУЛА ДЛЯ ВІДБИТТЯ ВИПАДКОВОГО ВЕКТОРА

Нехай додатний випадковий вектор $\xi = (\xi_1, \ldots, \xi_n)$ має функцію розподілу ймовірностей $\mathcal{F}(t) = \mathcal{F}(t_1, \ldots, t_n)$. Позначимо n -вимірний інтервал у першому гіпероктанті R_n^+

$$R_n^+ = \{ t_k > 0; \ k = 1, \ldots, n \} \qquad /1/$$

через J_n

$$J_n = \{ a_k < t_k \le b_k \ ; \ k = 1, \ldots, n \}, 0 \le a_k < b_k \le \infty . \qquad /2/$$

Приріст n -вимірно неспадної функції розподілу на інтервалі J_n виражається формулою [1]

$$\mathcal{F}(b_1, \ldots, b_n) - \sum_{k=1}^{n} \mathcal{F}(b_1, \ldots, a_k, \ldots, b_n) + \sum_{1 \le j < k \le n} \mathcal{F}(b_1, \ldots, a_j, \ldots, a_k, \ldots, b_n) -$$

$$- \ldots + (-1)^n \mathcal{F}(a_1, \ldots, a_n) = \int_{J_n} d\mathcal{F}(t) = \mathcal{P}\{ \xi \in J_n \} . \qquad /3/$$

Нехай існує відбиття вектора ξ

$$\varphi(z_1, \ldots, z_n) = \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty t_1^{z_1 - 1} \ldots t_n^{z_n - 1} \, d\mathcal{F}(t_1, \ldots, t_n), \qquad /4/$$