Список літератури: I. К в і т І.Д. Уточнення зворотної формули для характеристичної функції випадкового вектора. - Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., 1971, вип. 6. 2. К в і т І.Д. Зворотна формула для відбиття. - Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., 1978, вип. 13. 3. Springer M.D. The Algebra of Random Variables. N.Y., 1979. 4. Mardia K.V. Families of bivariate distributions. - L., 1970.

Стаття надійшла в редколегію 26.10.81

УДК 621.3

О.П.Гнатишин

ПОЕЛЕМЕНТНЕ РЕЗЕРВУВАННЯ ПРИ НЕОДНАКОВІЙ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВУ

Нехай деяка технічна система складається з n елементів, надійність яких відповідно дорівнює $z_1, z_2, \ldots, z_n$, а вартість - $c_1, c_2, \ldots, c_n$. Припустимо, що початкові надійність R_0 і вартість C_0 системи задаються відповідно формулами $R_0 = \prod_{i=1}^{n} z_i$, $C_0 = \sum_{i=1}^{n} c_i$. Нехай збільшена від R_0 до R_1 надійність системи досягається з допомогою паралельного незавантаженого підключення до елементів системи певної кількості елементів відповідно з надійностями $z'_1, z'_2, \ldots, z'_n$. Тоді надійність зарезервованого i-го елемента при $k_i - 1$ резервних елементах

$$\rho_i = 1 - (1 - z_i)(1 - z'_i)^{k_i - 1}, \qquad /1/$$

а надійність зарезервованої системи

$$R_1 = \prod_{i=1}^{n} \rho_i \qquad /2/$$

Оскільки вартість зарезервованого i -го елемента дорівнює $k_i c_i$, то вартість зарезервованої системи

$$C_1 = \sum_{i=1}^{n} k_i c_i . \qquad /3/$$

Очевидно, що завжди можна однозначно вказати число a_i, $0 < a_i \leq 1$, яке задовольняє співвідношення $\rho_i = R_1^{a_i}$. Звідси та з умови /I/ отримуємо

$$k_i = 1 + \frac{\ln \frac{1 - R_1^{a_i}}{1 - r_i}}{\ln (1 - r_i')}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \qquad /4/$$

Отже, вартість зарезервованої системи

$$C_1 = \sum_{i=1}^{n} k_i c_i = C_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i \ln \frac{1 - R_1^{a_i}}{1 - r_i}}{\ln (1 - r_i')} . \qquad /5/$$

З умови /2/ маємо

$$R_1 = \prod_{i=1}^{n} \rho_i = \prod_{i=1}^{n} R_1^{a_i} = R_1^{\sum_{i=1}^{n} a_i}, \qquad /6/$$

тобто

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = 1 . \qquad /7/$$

Таким чином, сталі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ утворюють розподіл ймовірностей. Доведено з праці [2], що стаціонарне значення відношення $\frac{C_1}{R_1}$ досягається при

$$a_i = \frac{\frac{c_i}{\ln (1 - r_i')}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{\ln (1 - r_j')}} , \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad /8/$$

Оскільки при підстановці /8/ в /4/ значення k_i , як правило не ціле число, то доповнимо його до найближчого цілого і позначимо це фігурною дужкою

$$k_i = 1 + \left\{ \frac{\ln \frac{1 - R_1^{a_i}}{1 - r_i}}{\ln (1 - r_i')} \right\}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \qquad /9/$$

Для контролю якості обчислень k_i знаходимо вираз фактичної надійності зарезервованої системи

$$R_1^* = \prod_{i=1}^{n} [1 - (1 - r_i)(1 - r_i')^{k_i - 1}]. \qquad /10/$$

Значення виразу /10/ повинно бути не менше від R_1. Вартість зарезервованої системи визначаємо за формулою /3/, де k_i обчислені з виразу /9/.

Приклад. Нехай $r_1 = 0,6;\ r_2 = 0,7;\ r_3 = 0,8;\ C_1 = 1;\ C_2 = 2;\ C_3 = 3;$ $r_1' = 0,4;\ r_2' = 0,5;\ r_3' = 0,6$. Зарезервувати систему до надійності $R_1 = 0,95$ та знайти у скільки разів зарезервована система дорожча від початкової.

Тут система складається з трьох елементів $(n = 3)$; початкова надійність системи $R_0 = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,336$, а початкова вартість $C_0 = 1 + 2 + 3 = 6$. За формулою /8/ визначаємо компоненти стохастичного вектора: $a_1 = 0,2411722$; $a_2 = 0,354714$; $a_3 = 0,4033563$. У межах точності сума $a_1 + a_2 + a_3$ дорівнює одиниці. З виразу /9/ обчислюємо числа резервних елементів $k_1 = 1 + \{6,817095\} = 8$; $k_2 = 1 + \{4,053473\} = 6$; $k_3 = 1 + \{2,437250\} = 4$. За формулою /10/ отримуємо фактичну надійність зарезервованої системи: $R_1^* = (1 - 0,4 \cdot 0,6^7)(1 - 0,3 \cdot 0,5^5)(1 - 0,2 \cdot 0,4^3) = 0,9888026 \cdot 0,990625 \cdot 0,9872 = 0,9669945 > 0,95 = R_1$.

Використовуючи /3/, знаходимо вартість зарезервованої системи $C_1 = 8 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 32$. Зарезервована до надійності 0,9669945 система дорожча від початкової в $\frac{C_1}{C_0} = \frac{32}{6} = 5\frac{1}{3}$ разів.

Список літератури: 1. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. - М.: Сов. Радио, 1969. 2. Оптимальные задачи надежности / Под ред. И.А.Ушакова. - М., 1968.

Стаття надійшла в редколегію 28.12.82