

який використовується для визначення напружень під штампом згідно з формулою /32/.

Графіки величин $\epsilon_z(\rho, 0) = -\frac{\rho}{2\pi R^2} \epsilon_z^*(\rho)$,
 $u_z(\rho, \ell) = -\frac{\rho}{2\pi R^2 \chi_0} u_z^*(\rho)$ для значень $\ell = 0,8$;
 $C = 0,2; 0,5; 0,7$ показані на рис. 2, 3, а для значень
 $C = 1, 2; \ell = 1,1; 1,5; 4$ - на рис. 4, 5.

Дослідження показують, що зі зменшенням товщини шару при фіксованому радіусі вирізу основи та зі збільшенням радіуса вирізу основи при фіксованій товщині шару контактні напруження під штампом спадають, а переміщення нижньої границі шару над вирізом зростають.

Список літератури: І. Г р и л и ц к и й Д.В., К и з н - м а Я.М. Осесимметричные контактные задачи теории упругости и термоупругости. - Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1981. 2. Д е м и д о в и ч Б.П., М а р о н И.А., Ш у в а л о - в а Э.З. Численные методы анализа. - М.: Физматгиз, 1967. 3. С н е д д о н И.Н. Преобразования Фурье. - М.: ИЛ, 1955. 4. У и т т е к е р Э.Т., В а т с о н Г.Н. Курс современного анализа. - М.: Физматгиз, 1963.

Стаття надійшла в редколегію 15.02.82

УДК 539.3

І.П.Шацький

ПОЛОГА ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА

З ЖОРСТКИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ВЗДОВЖ НАПРЯМНОЇ

Розглянемо пологу циліндричну оболонку Кірхгофа радіуса R і товщини h , яка містить абсолютно жорстке лінійне включення довжини 2ℓ , локалізоване вздовж відрізка напрямної. Оболонка перебуває під дією симетричного відносно лінії включення навантаження. Дослідимо вплив кривини серединної поверхні оболонки на концентрацію напружень в околі кінців жорсткого включення.

Для розв'язування задачі виберемо в серединній поверхні оболонки декартову систему безрозмірних координат xOy з початком у центрі включення та віссю Ox вздовж напрямної. Надалі для зусиль і моментів в оболонці збережемо позначення праці [2].

З допомогою інтегрального перетворення Фур'є відомим прийомом [2] задача зведена до визначення невідомих функцій стрімків зсувного та перерізуючого зусиль із системи сингулярних інтегральних рівнянь

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{k=1,3} \int_{-1}^1 K_{jk}(\xi-x) f_k(\xi) d\xi = F_j(x), \quad x \in [-1,1], \quad j=1,3. \quad /1/$$

де

$$f_1(x) = S(x, +0) - S(x, -0);$$

$$f_3(x) = \sqrt{12(1-\nu^2)} \frac{\ell}{h} \int_{-1}^x [Q_y^*(\xi, +0) - Q_y^*(\xi, -0)] d\xi - \lambda^2 \int_{-1}^x [S(\xi, +0) - S(\xi, -0)] d\xi d\xi;$$

$$K_{11} = (3+2\nu-\nu^2) M_1 + M_3; \quad K_{13} = -K_{31} = (1-\nu) M_2; \quad K_{33} = -M_1;$$

$$M_1(z) = \frac{d}{dz} \operatorname{ker} z; \quad M_2(z) = \frac{d}{dz} \operatorname{kei} z; \quad M_3(z) = \lambda^2 \int_0^z \operatorname{kei} \zeta d\zeta;$$

$$\zeta = \frac{\lambda}{2} |z|; \quad z = \xi - x; \quad \operatorname{ker} z, \quad \operatorname{kei} z \quad - \text{функції Томсона};$$

$$\lambda^2 = \frac{\ell^2}{Rh} \sqrt{12(1-\nu^2)}; \quad \nu - \text{коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки};$$

$$F_1(x) = -T_x^0 + \nu T_y^0, \quad F_3(x) = \frac{12}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} (G_x^0 - \nu G_y^0) / \ell; \quad /2/$$

функції основного напруженого стану.

Система інтегральних рівнянь /1/ має єдиний розв'язок у класі не обмежених функцій при виконанні додаткових умов

$$\int_{-1}^1 f_k(\xi) d\xi = 0, \quad k=1,3. \quad /3/$$

Для оцінки напруженого стану оболонки в околі кінців включення використаємо асимптотичні співвідношення, які застосовують у задачах розтягу-згину пластин з жорсткими включеннями [1]

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} T_r \\ T_\vartheta \\ S_{r\vartheta} \end{pmatrix} &= \frac{K_1^\pm}{4\sqrt{2r}} \begin{bmatrix} 5\cos\frac{1}{2}\vartheta + \frac{7-\nu}{1+\nu}\cos\frac{3}{2}\vartheta \\ 3\cos\frac{1}{2}\vartheta - \frac{7-\nu}{1+\nu}\cos\frac{3}{2}\vartheta \\ \sin\frac{1}{2}\vartheta - \frac{7-\nu}{1+\nu}\sin\frac{3}{2}\vartheta \end{bmatrix} + O(r^0), \\ (3+\nu) \begin{pmatrix} G_r \\ G_\vartheta \\ H_{r\vartheta} \end{pmatrix} &= \frac{K_3^\pm}{4\sqrt{2r}} \begin{bmatrix} (3+5\nu)\cos\frac{1}{2}\vartheta + (1-\nu)\cos\frac{3}{2}\vartheta \\ (5+3\nu)\cos\frac{1}{2}\vartheta - (1-\nu)\cos\frac{3}{2}\vartheta \\ -(1-\nu)\sin\frac{1}{2}\vartheta - (1-\nu)\sin\frac{3}{2}\vartheta \end{bmatrix} + O(r^0), \\ (3+\nu) \begin{pmatrix} Q_r \\ Q_\vartheta \end{pmatrix} &= \frac{K_3^\pm}{\sqrt{2}r^3} \begin{bmatrix} -\cos\frac{1}{2}\vartheta \\ -\sin\frac{1}{2}\vartheta \end{bmatrix} + O(r^{-1}), \end{aligned}$$

де

$$K_i^\pm = \pm A_i \sqrt{r} \lim_{x \rightarrow \pm 1} \sqrt{1-x^2} f_i(x); \quad i = 1, 3 -$$

коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів $A_1 = (1+\nu)/4$, $A_3 = (3+\nu)/4$;

r, ϑ - полярні координати з початком у вершині включення;
 $x = \pm 1$.

Наближений розв'язок рівнянь /1/, /3/ при $\nu = 1/3$ побудовано методом механічних квадратур.

На рис. 1, 2 показані графіки залежностей зведених коефіцієнтів інтенсивності зусиль та моментів від параметра кривини λ для випадку розтягу оболонки осьовими зусиллями інтенсивності рівномірно розподіленими вздовж прямої ($T_x^0 = G_x^0 = G_y^0 = 0, T_y^0 = \rho$).

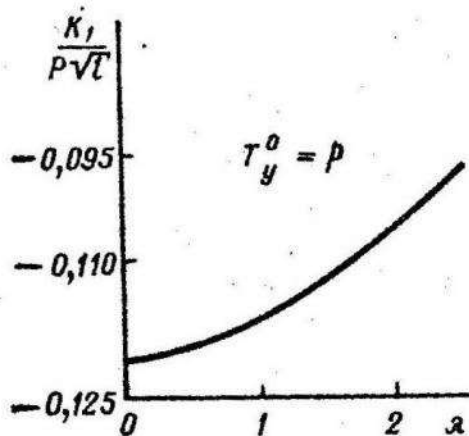


Рис. 1.

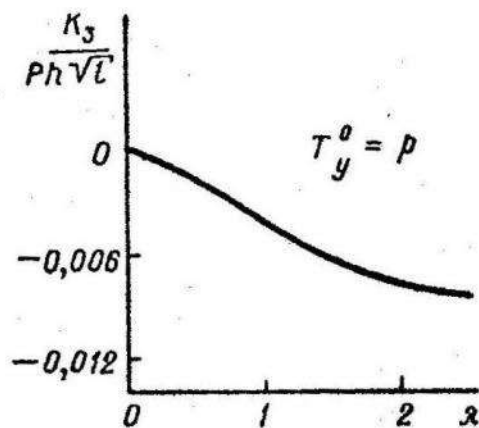


Рис. 2.

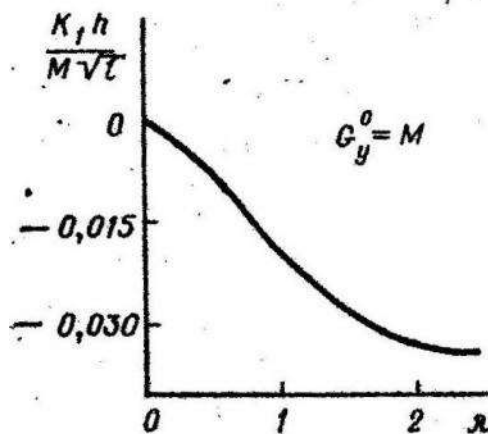


Рис. 3.

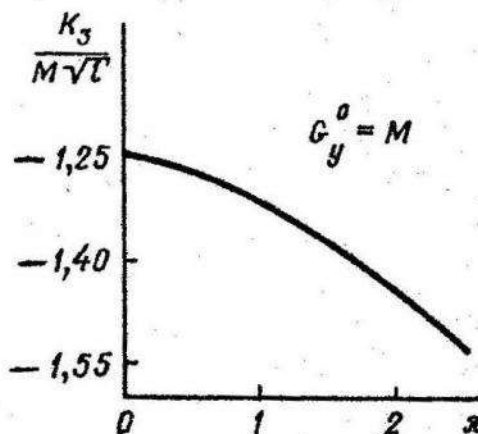


Рис. 4.

Згину циліндричної панелі рівномірно розподіленими моментами $T_x^0 = T_y^0 = G_x^0 = 0, G_y^0 = M$ / відповідають криві на рис. 3, 4.

При безмоментному навантаженні зі збільшенням параметра кривини λ абсолютне значення мембранного коефіцієнта інтенсивності K_1 спадає, а згинного K_3 - зростає. При моментному наван-

таженні ріст параметра кривини приводить до підвищення рівня і мембранної, і згинної складових напруженого стану в околі вершини жорсткого включення.

Як випливає з формул /2/, випадки навантаження труби з вільними кінцями рівномірним внутрішнім тиском $T_x^0 = qR$ / і згину циліндричної панелі моментами $G_x^0 = M$ одержуть з результатів, показаних на рис. 1-4, множенням на $-1/\nu$. Крім того, при заданому коефіцієнті Пуассона завжди існує така комбінація зовнішнього навантаження, що $F_1 = F_2 = 0$, і жорстке включення не викликає збурення напружено-деформованого стану в пологій оболонці.

Список літератури: І. Б е р е ж н и ц к и й Л.Т., Д е л я в с к и й М.В., П а н а с ю к В.В. Изгиб тонких пластин с дефектами типа трещин. - К.: Наукова думка, 1979. 2. П а н а с ю к В.В., С а в р у к М.П., Д а ц ь ш и н А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. - К.: Наукова думка, 1976.

Стаття надійшла в редакцію 12.05.82

УДК 539.3

Л.Я.Овчинко

ОПТИМАЛЬНЫЙ РОЗРАХУНОК ОБОЛОНОК ЕВП

Задачі оптимального проектування пов'язані зі створенням більш якісних конструкцій і зводяться до розв'язання задач математичного програмування. Розв'язок шукають на підмножині повного класу розв'язків відповідно до значення цільової функції, що визначена на цій підмножині. Допустима підмножина визначається умовами, що накладаються на поведінку конструкції при заданому