таженні ріст параметра кривини приводить до підвищення рівня і мембранної, і згинної складових напруженого стану в околі вершини жорсткого включення.

Як випливає з формул /2/, випадки навантаження труби з вільними кінцями рівномірним внутрішнім тиском / $T_x^0 = qR$ / і згину циліндричної панелі моментами $G_x^0 = M$ одержують з результатів, показаних на рис. I-4, множенням на $-1/\nu$. Крім того, при заданому коефіцієнті Пуассона завжди існує така комбінація зовнішнього навантаження, що $F_1 = F_3 \equiv 0$, і жорстке включення не викликає збурення напружено-деформованого стану в пологій оболонці.

Список літератури: I. Бережницкий Л.Т., Делявский М.В., Панасюк В.В. Изгиб тонких пластин с дефектами типа трещин. - К.: Наукова думка, 1979. 2. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацышин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. - К.: Наукова думка, 1976.

Стаття надійшла в редколегію 12.05.82

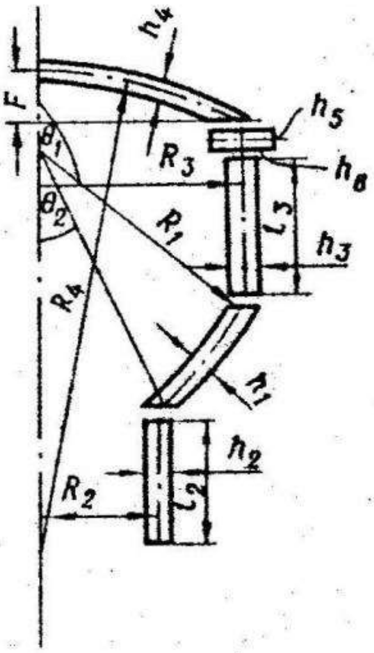
УДК 539.3

Л.Й.Ошишко

ОПТИМАЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК ОБОЛОНОК ЕВП

Задачі оптимального проектування пов"язані зі створенням більш якісних конструкцій і зводяться до розв"язання задач математичного програмування. Розв"язок шукають на підмножині повного класу розв"язків відповідно до значення цільової функції, що визначена на цій підмножині. Допустима підмножина визначається умовами, що накладаються на поведінку конструкції при заданому навантаженні. Термін оптимальний проект має зміст при досягненні цільовою функцією мінімума на допустимій множині.

Розглянемо задачу оптимального проектування за вагою на міцність однорідної скляної конструкції, що складається зі спряжених через ребро жорсткості сферичної і циліндричної оболонок, які в свою чергу спряжені зі сферичною та циліндричною оболонками. Ребро – прямокутного поперечного перерізу. Конструкція знаходиться під дією рівномірного зовнішнього тиску q /див. рисунок/.



За регульовані параметри вибираємо товщини оболонок і геометричні параметри ребра.

Задача оптимального проектування за вагою на міцність полягає в мінімізації цільової функції, яка є об"ємом конструкції

$$v/\pi = 2R_1^2(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)h_1 + 2R_2\ell_2 h_2 + 2R_3 h_3(\ell_3 - h_5/2) + 2R_4 F h_4 + h_4^3/6 - R_4 h_4 h_5 + 2R_3 h_5 h_6 \qquad /1/$$

на підмножині проектування, що визначається обмеженнями на максимальні еквівалентні напруження та деякі геометричні параметри

$$\sigma_{\theta 1}^{екв} \leq [\sigma]; \quad \sigma_{x1}^{екв} \leq [\sigma]; \quad \sigma_{\theta 2}^{екв} \leq [\sigma]; \quad \sigma_{x2}^{екв} \leq [\sigma];$$

$$C_5 h_5 \leq h_3; \; C_6 h_6 \leq h_4; \; h_i > 0, \; i = \overline{1,6}, \qquad /2/$$

де $\sigma_{\theta 1}^{екв}$, $\sigma_{x1}^{екв}$, $\sigma_{\theta 2}^{екв}$, $\sigma_{x2}^{екв}$ – максимальні еквівалентні напруження відповідно у сферичній оболонці товщини h_4, циліндричній оболонці товщини h_3, сферичній оболонці товщини h_1 і циліндричній оболонці товщини h_2; $[\sigma]$ – допустиме напруження; C_5, C_6 – постійні.

Для визначення точок, в яких виникають максимальні еквівалентні напруження, проводили пружний розрахунок конструкції. Напружено-деформований стан оболонок розбивали на безмоментний напружений стан і крайовий ефект [4]. Розрахунок конструкції проводили аналогічно [3].

Задачу оптимального проектування /I/ – /2/, апроксимуючи функції одночленними позіномами, зводимо до задачі геометричного програмування, пряма програма якого формулюється так: мінімізувати

$$g_0(\bar{h}) = V/\pi \approx C_0 \prod_{i=1}^{6} h_i^{b_{i0}} \qquad /3/$$

при обмеженнях

$$g_1(\bar{h}) = \sigma_{\theta 1}^{екв}/[\sigma] \approx C_1 \prod_{i=1}^{6} h_i^{b_{i1}} \leq 1;$$

$$g_2(\bar{h}) = \sigma_{x1}^{екв}/[\sigma] \approx C_2 \prod_{i=1}^{6} h_i^{b_{i2}} \leq 1;$$

$$g_3(\bar{h}) = \sigma_{\theta 2}^{екв}/[\sigma] \approx C_3 \prod_{i=1}^{6} h_i^{b_{i3}} \leq 1;$$

$$g_4(\bar{h}) = \sigma_{x2}^{екв}/[\sigma] \approx C_4 \prod_{i=1}^{6} h_i^{b_{i4}} \leq 1;$$

$$g_5(\bar{h}) = C_5 h_3^{b_{3,5}} h_5^{b_{5,5}} \leq 1;$$

$$g_6(\bar h)=C_6\, h_4^{b_{4,6}}\, h_6^{b_{6,6}} \le 1;$$
$$h_i>0, \quad i=\overline{1,6}, \qquad /4/$$

де

$$b_{i,j}=\left[\frac{h_i}{g_j(\bar h)}\,\frac{\partial g_j(\bar h)}{\partial h_i}\right]_{\bar h^*}; \quad i=\overline{1,6};\ j=\overline{0,4};$$
$$C_j=\left[g_j(\bar h)\Big/\Big(\prod_{i=1}^{6} h_i^{b_{ij}}[6]\Big)\right]_{\bar h^*};$$
$$b_{3,5}=b_{4,6}=-1; \quad b_{5,5}=b_{6,6}=1; \qquad /5/$$

$\bar h^*$ – вихідна точка. При апроксимації використовували числові методи.

Двоїста програма, що відповідає програмі /3/ – /4/, полягає в максимізації двоїстої функції

$$v(\bar\delta)=\prod_{i=0}^{6} C_i^{\delta i} \qquad /6/$$

при лінійних обмеженнях на вектор двоїстих змінних

$$\delta_0=1;$$
$$\sum_{i=0}^{6} b_{ij}\,\delta_i=0; \quad j=\overline{1,6};$$
$$\delta_i\geq 0; \quad i=\overline{0,6}. \qquad /7/$$

Визначивши максимізуючий вектор $\bar\delta'$ і максимум двоїстої функції, на основі першої теореми двоїстості [I] визначаємо мінімум функції $g_0(\bar h)$ і мінімізуючий вектор $\bar h$. Для уточнення отриманого розв"язку використовували ітераційний процес [2].

Складена програма на алгоритмічній мові АЛГОЛ – 60, що визначає точки, в яких виникають максимальні еквівалентні напруження, апроксимує функції одночленними позіномами, розв"язує двоїсту задачу геометричного програмування, визначає мінімум об"єму і мінімізуючу точку.

Аналіз отриманих результатів показує, що об"єм конструкції з ребром зменшується порівняно з такою ж конструкцією без ребра.

Наприклад, при фіксованих параметрах

$$g=0{,}01\,кГ/мм^2;\ E=6240\,кГ/мм^2;\ [\sigma]=0{,}9\,кГ/мм^2;\ \nu=0{,}2;$$

$$F=10\,мм;\ R_1=100\,мм;\ R_2=40\,мм;\ R_3=\sqrt{3}R_1/2;$$

$$R_4=(R_3^2+F^2)/2F;\ \ell_2=25\,мм;\ \ell_3=10\,мм;\ \theta_1=2\pi/3;$$

$$\theta_2=\arcsin(R2/R1);\ C_5=0{,}5;\ C_6=2;$$

оптимальні товщини і об"єм конструкцій відповідно дорівнюють

а/ з ребром

$$h_1=1{,}64\,мм;\ h_2=2{,}30\,мм;\ h_3=4{,}73\,мм;\ h_4=4{,}05\,мм;$$

$$h_5=2{,}36\,мм;\ h_6=8{,}10\,мм;\ V/\pi=0{,}55938\cdot10^5\,мм^3;$$

б/ без ребра

$$h_1=3{,}10\,мм;\ h_2=3{,}73\,мм;\ h_3=5{,}16\,мм;\ h_4=4{,}55\,мм;$$
$$V/\pi=0{,}69318\cdot10^5\,мм^3.$$

Наявність ребра зменшує об"єм конструкції на 19,3 %.

Список літератури: 1. Д а ф ф и н Р., П и т е р с о н Э., З е н е р К. Геометрическое программирование. - М.: Мир, 1972. 2. З е н е р К. Геометрическое программирование и техническое проектирование. - М.: Мир, 1973. 3. О щ и п к о Л.Й. Оптимізація складових оболонок електровакуумних приладів.-Вісн. Львів. ун-ту, сер. мех.-мат., 1980, вип. 16. 4. Прочность. Устойчивость. Колебания: Справочник. - М.: Машиностроение, 1968. Т.1.

Стаття надійшла в редколегію 22.02.82