Використовуючи метод одержання апріорних оцінок [2], для розв"язку задачі /6/ одержуємо оцінку

$$\|y_h\|_{C_h} \leq \frac{\rho_e^2}{6}\|g_h\|_{C_h^{(1)}} + \|\psi\|_{\gamma}, \quad \|g_h\|_{C_h^{(1)}} = \max_{x\in\omega_h}|g(x)|,$$

що означає стійкість різницевої схеми /6/. Таким чином, різницева схема /6/ на рівномірній сітці має четвертий порядок точності, а на кубічній – збігається зі швидкістю $O(h^6)$.

Список літератури: I. Л ю д к е в и ч Й.В., Д у д и к е в и ч А.Т. Різницеві апроксимації підвищеного порядку для рівняння Пуассона в просторі. – Вестн. Львов. ун-та. Сер. мех.-мат., 1982, вип. I9, с.3-6. 2. Л я ш к о И.И., М а к а р о в В.Л., С к о р о б о г а т ь к о А.А. Методы вычислений. – К.: Вища школа, 1977. – 408 с. 3. С а м а р с к и й А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 552 с. 4. С а м а р с к и й А.А., А н д р е е в В.Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. – М.: Наука, 1976. – 352 с.

Стаття надійшла до редколегії 3.0I.83

УДК 5I9.6

Н.І.Пустомельникова

ОПТИМАЛЬНИЙ ЗА ЛОКАЛЬНОЮ ПОХИБКОЮ ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Обгрунтуємо явний, дробово-раціональний чисельний метод другого порядку, на локальну похибку якого не впливає сама структура дробово-раціональної формули методу. Наявність такого впливу може суттєво зменшувати крок інтегрування при реалізації чисельного методу [3, 4].

В основі дослідження чисельного методу другого порядку [I]

$$y_{n+1}^{[2]} = y_n + \frac{hK_1^2}{2K_1 - K_2}, \qquad /I/$$

де

$$K_1 = f(x_n, y_n), \quad K_2 = f(x_n + \tfrac{1}{2}h, \; y_n + \tfrac{1}{2}hK_1); \qquad /2/$$

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0 . \qquad /3/$$

Локальна похибка чисельного методу /I/, записана через похідні розв"язку задачі Коші, задається виразом

$$T_{n+1}^{[2]} = \frac{\frac{1}{12}h^3\left[3\left(y_n''\right)^2 - 2y_n' y_n'''\right]}{y_n' - \frac{1}{2}hy_n''} \qquad /4/$$

і суттєво залежить від структури дробово-раціональної формули чисельного методу /I/. При цьому чисельні характеристики методу /I/ значно погіршується при $K_1 = O(h)$ або $2K_1 - K_2 = O(h)$.

На основі /I/ побудуємо чисельний метод

$$y_{n+1}^{[2]} = y_n + \frac{hK_1\left(1 - u + \frac{3}{4}u^2 - \frac{3}{4}u^3 + \frac{1}{8}u^4\right)}{1 - \frac{3}{2}u + \frac{3}{2}u^2 - \frac{5}{4}u^3 + \frac{3}{4}u^4 - \frac{1}{8}u^5}, \qquad /5/$$

який характеризується локальною похибкою

$$\tilde{T}_{n+1}^{[2]} = \frac{1}{6}h^3 y_n''', \qquad /6/$$

а структура дробово-раціональної формули /5/ впливає тільки на члени розкладу в ряд Тейлора по h, починаючи з h^6, тобто

$$y_{n+1}^{[2]} = y_n + hK_2 + \frac{-\frac{1}{4}h^6K_1\left(\frac{K_2 - K_1}{K_1}\right)^5 + O(h^7)}{1 - \frac{3}{2}u + \frac{3}{2}u^2 - \frac{5}{4}u^3 + \frac{3}{4}u^4 - \frac{1}{8}u^5}, \qquad /7/$$

де

$$u = \frac{K_2 - K_1}{K_1}. \qquad /8/$$

Доведено, що чисельний метод /5/, /2/, /8/ має такі властивості:

I/ відносно модельного рівняння $y' = -\lambda y \; (Re\lambda > 0, \; z = \lambda h)$ він жорстко стійкий і характеризується оператором переходу

$$D_2(z)=\frac{1+\frac{1}{2}z+\frac{1}{2}z^2+\frac{1}{2}z^3}{1+\frac{3}{2}z+\frac{3}{2}z^2+\frac{5}{4}z^3+\frac{3}{4}z^4+\frac{1}{8}z^5}; \qquad /9/$$

2/ відносно модельного рівняння $y'=-\lambda y+\varphi$ ($\varphi=const$, $Re\lambda>0$, $z=\lambda h$) стійкий в правій частині [4];

3/ узгоджений з порядком $S=2$ і другим порядком точності.

Отже, чисельний метод /5/, /2/, /8/ має всі властивості чисельних методів розв"язку жорстких диференціальних рівнянь. Його використання при розв"язку текстових прикладів дало позитивні результати не тільки порівняно з іншими методами такого ж типу, але й з новим методом Ейлера другого порядку.

Список літератури: I. Боднарчук П.И., Максимив Е.М. Нелинейные многошаговые методы решения дифференциальных уравнений. - В кн.: Вопросы качественной теории дифференциальных уравнений и их приложения. К., 1978, с.9-10. 2. Самарский А.А. Введение в численные методы. - М.: Наука, 1982. - 271 с. 3. Wanbecq A. Nonlinear methods in solving ordinary differential equations.- J. Coup. Appl. Math., 1976, 2, N1, p.27-33. 4. Lambert J.D. Computational Methods in Ordinary Differential Equations. - London-New-York, 1973. — 373 p.

Стаття надійшла до редколегії 12.04.83

УДК 537.533.33

І.І.Шиpій

ЗОВНІШНЯ ПРОСТОРОВА ЗАДАЧА НЕЙМАНА ДЛЯ РІВНЯННЯ ЛАПЛАСА У ВИПАДКУ НЕЗАМКНЕНИХ ПОВЕРХОНЬ

Для розв"язування інтегрального рівняння застосуємо метод граничних елементів: густину шукаємо за допомогою фінітних функцій із заданими апріорними особливостями на краю граничної поверхні, а інтегрування ведемо по частині поверхні. Крім